

МІНІСТЕРСТВО ОСВІТИ, НАУКИ, МОЛОДІ ТА СПОРТУ УКРАЇНИ

НАЦІОНАЛЬНИЙ ТЕХНІЧНИЙ УНІВЕРСИТЕТ
«Харківський політехнічний інститут»

Б.М. Киркач, В.І. Кононов, С.Ю. Погорілов, В.Л. Хавін,
С.Ю. Шергін, Л.В. Автономова

РОЗРАХУНКИ НА ОПІР ВТОМЛЕНOSTI

Навчально-методичний посібник
з розділу курсу «Опір матеріалів»

для студентів машинобудівних спеціальностей

Затверджено
редакційно-видавничою
радою університету,
протокол № 2 від 07.12 2011р.

Харків
НТУ «ХПІ»
2012

УДК 30.121
Р64
ББК 620.17

Рецензенти:

В.М. Кошельник, д-р техн. наук, професор, Національний технічний
університет «Харківський політехнічний інститут»,
С.А. Вамболь, канд. техн. наук, доцент, Національний університет
цивільного захисту України

Авторський колектив

*Б.М. Киркач, В.І. Конохов, С.Ю. Погорілов,
В.Л. Хавін, С.Ю. Шергін, Л.В. Автономова*

Р64 Розрахунки на опір втомленості: навч.-метод. посіб. з розділу
курсу «Опір матеріалів» [для студ. машинобуд. спеціальн.] /
Б.М. Киркач, В.І. Конохов, С.Ю. Погорілов, та ін. – Харків: НТУ
«ХПІ», 2012. – 104 с.

ISBN

Розглядаються теоретичні аспекти розрахунків стержнів на міцність в умовах дії змінних у часі навантажень. Враховується вплив концентрації напружень, масштабного фактору, якості обробки поверхні реальної деталі на запаси міцності з втомленості і текучості при складному навантаженні. Надаються розрахункові схеми і чисельні дані для виконання індивідуальних розрахунково-проектувальних завдань, приклад їх розв'язання.

Призначено для студентів машинобудівних спеціальностей. Може бути корисним для викладачів, а також аспірантів, інженерів та наукових працівників.

Іл. 45. Табл. 15. Бібліогр.: 7 назв.

УДК 30.121
ББК 620.17

ISBN

© Б.М. Киркач, В.І. Конохов, С.Ю. Погорілов,
В.Л. Хавін, С.Ю. Шергін, Л.В. Автономова,
2012 р.

Зміст

Вступ.....	4
1. Механізм руйнування від втомленості.....	6
2. Типи циклів напружень та їх характеристики	9
3. Границя витривалості. Крива втомленості.....	13
4. Діаграма граничних напружень.....	17
5. Лінеаризація діаграми граничних напружень.....	22
6. Вплив концентрації напружень	28
7. Вплив абсолютних розмірів деталі (масштабний ефект).....	33
8. Вплив стану поверхні	38
9. Вплив додаткових факторів	42
10. Коефіцієнт зниження границі витривалості.....	44
11. Розрахунки на міцність при циклічних навантаженнях.....	47
Розрахунково – проектувальне завдання.	55
Приклад розв’язання задачі.....	59
Розрахункові схеми валів	82
Література:	104

Вступ

У багатьох випадках деталі машинобудівних конструкцій працюють в умовах дії повторно-змінних у часі напружень. Такі напруження з'являються у валах, осях, шатунах, колінчастих валах, ресорах, тощо.

Як приклад розглянемо ось будь-якої колісної пари (рис. 1) діаметра d , яка навантажена зовнішнім зусиллям F і обертається з кутовою швидкістю ω .

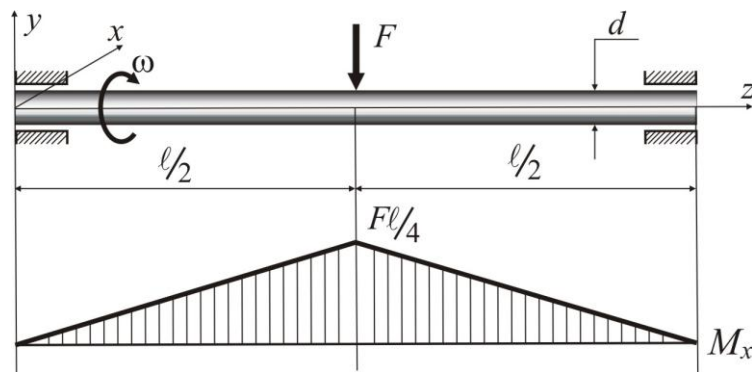


Рисунок 1 – Вісь колісної пари

У довільній точці контуру B будь-якого перерізу осі (рис. 2) діють нормальні напруження:

$$\sigma_B = \frac{M_x}{I_x} y_B,$$

де I_x – осьовий момент інерції перерізу, M_x – згинальний момент, y_B – координата точки.

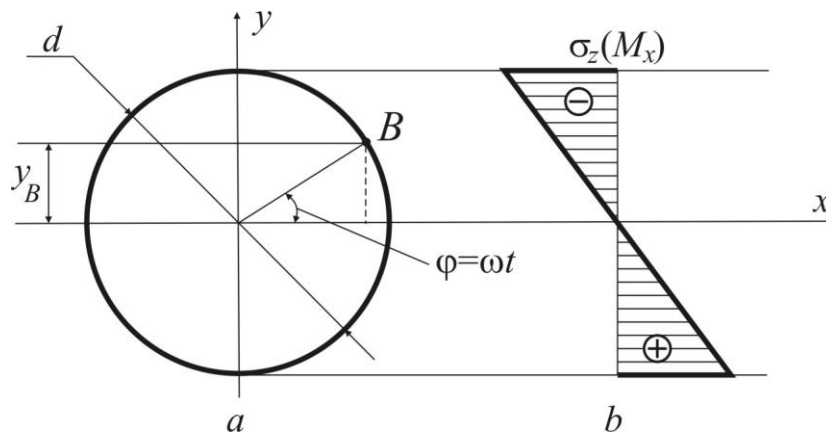


Рисунок 2 – Переріз осі вала та епюра нормальних напружень

Внаслідок обертання

$$y_B = \frac{d}{2} \sin \varphi = \frac{d}{2} \sin \omega t ,$$

де t – час.

Тому

$$\sigma_B = \frac{M_x \frac{d}{2}}{I_x} \sin \omega t = \frac{M_x}{W_x} \sin \omega t , \quad (1)$$

де W_x – осьовий момент опору круглого перерізу з діаметром d .

Якщо позначити

$$\sigma_{\max} = \frac{M_x}{W_x} ,$$

то з формули (1) випливає

$$\sigma_B = \sigma_{\max} \sin \omega t . \quad (2)$$

Вираз (2) показує, що напружений стан у разі дії змінних напружень залежить від наступного:

- рівня навантаження;
- терміну дії цього навантаження.

Експериментально встановлено, що деталі машин, які зазнають дії повторно - змінних напружень, можуть руйнуватися при значно менших зусиллях, ніж при статичному навантаженні. Рівні змінних напружень, при яких спостерігається руйнування деталей, істотно менше межі міцності, а найчастіше і границі текучості матеріалу деталі.

При значному числі циклів (періодів зміни напружень) у результаті нагромадження необоротних механічних змін у найбільш напружених зонах деталі виникають мікроскопічні тріщини, поступовий розвиток яких призводить до появи макротріщини, ослаблення деталі, і в остаточному підсумку, до руйнування.

Явище руйнування в деталях машин під дією змінних у часі навантажень було встановлено ще у XIX столітті. Вченими тоді було зроблене припущення, що у випадку циклічного навантаження відбувається поступове зниження механічних характеристик матеріалу внаслідок переродження його кристалічної решітки, назване **втомленістю матеріалів**. Подальші дослідження процесів, що відбуваються у матеріалі деталі під дією змінних напружень, спростували цю гіпотезу, але історично термін **втомленість матеріалів** зберігся.

У сучасній трактовці втомленість матеріалів – це ***процес поступового нагромадження ушкоджень матеріалу деталі під дією повторно - змінних напружень, що приводить до виникнення тріщин, їх розвитку, а можливо, і повного руйнування.***

Тріщини втомленості як правило, зароджуються у поверхневих шарах деталі, де діють максимальні напруження від згинання та кручення. Особливо небезпечними є локальні зони концентрації напружень, де спостерігається зміна геометрії деталі. Однак при наявності внутрішніх дефектів структури, тріщини можуть зароджуватися і в об'ємі деталі.

Руйнування від втомленості деталей машинобудівних конструкцій здебільшого має миттєвий, раптовий і катастрофічний характер.

1. Механізм руйнування від втомленості

Руйнування належить до одного з видів порушення міцності, яке для конструкції або її окремого елемента може відбуватись внаслідок надмірної (пружної або пластичної) деформації, втрати стійкості, поділу на окремі частини тощо. Руйнування може бути частковим або повним. При частковому руйнуванні у тілі виникають пошкодження матеріалу у вигляді окремих тріщин або розподілених дефектів матеріалу, що виявляються у зміні в бік погіршення механічних властивостей матеріалу. При повному руйнуванні відбувається поділ тіла на частини.

Розрізняють основні типи руйнування – крихке та пластичне. Крихке руйнування відбувається у відсутності пластичних деформацій. Такий тип руйнування інколи називають «пружним».

Якщо пластичні деформації зосереджені тільки в тонкому шарі біля поверхні деталі, а основний її об'єм знаходиться у пружному стані,

руйнування називають квазікрихким. Пластичне руйнування відбувається після істотної пластичної деформації, яка охоплює значну частину перерізу тіла.

Руйнування від втомленості відбувається при циклічному навантаженні тіла внаслідок накопичення у ньому необоротних пошкоджень, що призводять до появи та розвитку тріщин. Злам при такому руйнуванні макроскопічно є крихким.

Розрізняють багато- та малоциклічну втомленість. Багатоциклічна втомленість (або просто втомленість) відбувається з напруженнями, меншими за границю текучості, зміна яких у часі приводить до макроскопічно пружного деформування.

Малоциклічна втомленість характеризується номінальними напруженнями, більшими за границю текучості, тому при кожному циклі навантаження в тілі з'являється макроскопічна пластична деформація. Розгляд таких задач виходить за рамки курсу опору матеріалів, тому в даному посібнику вони відсутні.

Явище втомленості найбільш докладно вивчено на металах, бо переважна більшість деталей, що зазнають багаторазову дію змінних у часі напружень, виготовляється саме з них.

Для кращого розуміння фізичних процесів, які виникають при змінних навантаженнях, нагадаємо, що усі метали є полікристалічними речовинами. Вони мають хаотичну структуру, яка складається з окремих зерен і не становлять однорідний моноліт, яким вважають матеріал згідно з основними гіпотезами опору матеріалів. Зерна технічних металів є сукупністю кристалів (кристалітів), які мають неправильну огранку. Полікристалічність матеріалу і його неоднорідність веде до того, що під дією навантажень в окремих зернах виникають перенапруження і створюються умови до появи мікротріщин. Якщо напруження не статичні, а змінні у часі, то з'являється можливість розвитку та руху мікротріщин, що у решті - решт призводить до зламу деталі.

Виникнення тріщин від втоми можна пояснити також вичерпанням здатності кристалічних зерен чинити опір зсуву. Якщо напруження між кристалами досягають певного рівня, у площинах ковзання кристаліту відбуваються незворотні зсуви. Зсунуті одна відносно одної групи атомів вже не утворюють єдиних атомних ґраток. Розрив атомних зв'язків

призводить до появи дуже дрібних мікротріщин, кожна з яких може стати осередком розвитку тріщини від втомленості.

Зі сказаного випливає, що механізм утворення тріщин при дії повторно - змінних напружень є дуже складним і не може вважатись повністю вивченим.

Однак, безумовно, можна зазначити, що:

- процеси, які відбуваються у металі при повторно - змінних напруженнях, носять виражений місцевий характер;
- вирішальний вплив на процеси втоми до утворення першої тріщини включно мають дотичні та розтягуючі нормальні напруження, які спричиняють пластичні зсуви та руйнування відповідно.

Процеси виникнення і подальшого розвитку тріщини від втомленості, що призводять до руйнування, можна умовно розподілити на три фази.

Перша фаза (зародження мікротріщини) найчастіше розпочинається у зернах, які лежать ближче до поверхні деталі (рис. 3). Пояснюється це тим, що поверхневі шари матеріалу певною мірою мають сліди пошкоджень внаслідок технологічної обробки деталі. Крім того, зовнішні шари матеріалу зазнають найбільших напружень у разі циклічного згинання та кручення.

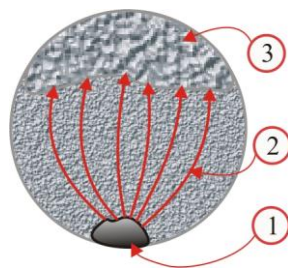


Рисунок 3 – Злам деталі від втомленості

Друга фаза (розвитку мікротріщини) пов'язана з появою певної кількості інших мікротріщин, їх групуванням і поєднанням в макротріщину. Зона 2 (рис. 3), яка відповідає другій фазі, має гладкий

матовий вигляд і тонковолокнисту структуру. Іноді у цій зоні спостерігається слід магістральної макротріщини.

Третя фаза – зона остаточного зламу від втомленості. Зона зламу 3 (див. рис. 3) має крупнокристалічну структуру, навіть для пластичних металів, бо остаточне руйнування є крихким.

2. Типи циклів напружень та їх характеристики

У більшості випадків інженерної практики змінні напруження, що діють у елементах конструкцій, є періодичними функціями часу $\sigma = f(t)$ з періодом T .

Сукупність усіх значень напружень за час одного періоду називають циклом напружень (рис. 4).

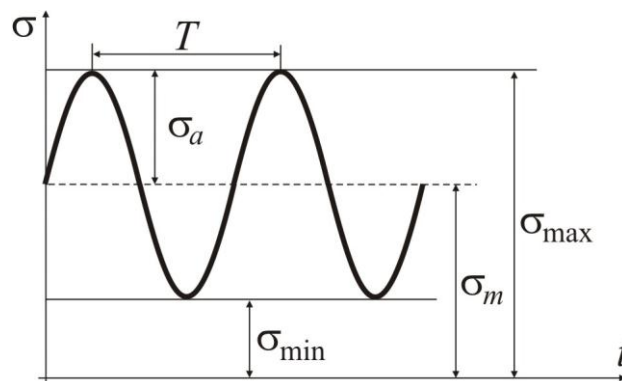


Рисунок 4 – Цикл напружень

Експериментально встановлено, що на опір втоми не впливає закон, за яким змінюються напруження у часі, а втомленість матеріалу залежить від максимальних σ_{\max} та мінімальних σ_{\min} напружень циклу.

Якщо зміна напружень відбувається несиметрично відносно осі часу t (див. рис. 4), то такий цикл називають асиметричним.

За допомогою введення середніх (або постійних) напружень σ_m , та амплітудних (або змінних) напружень σ_a довільний асиметричний цикл

можна звести до симетричного коливання амплітудної складової σ_a відносно середнього σ_m напруження циклу.

Тож, середнє напруження циклу σ_m є алгебраїчна напівсума найбільшого σ_{\max} та найменшого σ_{\min} напруження циклу.

$$\sigma_m = \frac{\sigma_{\max} + \sigma_{\min}}{2}. \quad (3)$$

Амплітудне напруження циклу σ_a є алгебраїчна напіврізниця найбільшого σ_{\max} та найменшого σ_{\min} напруження циклу.

$$\sigma_a = \frac{\sigma_{\max} - \sigma_{\min}}{2}. \quad (4)$$

Слід зазначити, що середнє напруження циклу σ_m може бути як позитивним $\sigma_m > 0$, так і негативним $\sigma_m < 0$. Амплітудне напруження σ_a є строго позитивною величиною. Подвійне значення амплітуди коливань напруження називають розмахом циклу.

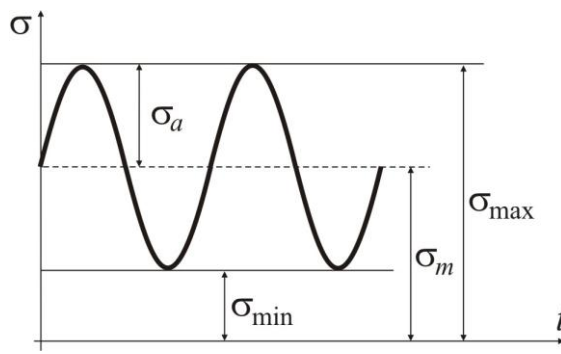
З формул (3) та (4), а також з даних на рис.4 випливає, що

$$\sigma_{\max} = \sigma_m + \sigma_a; \quad \sigma_{\min} = \sigma_m - \sigma_a. \quad (5)$$

Відношення мінімального напруження циклу до максимального (з урахуванням знаків цих напружень) називається коефіцієнтом асиметрії циклу R .

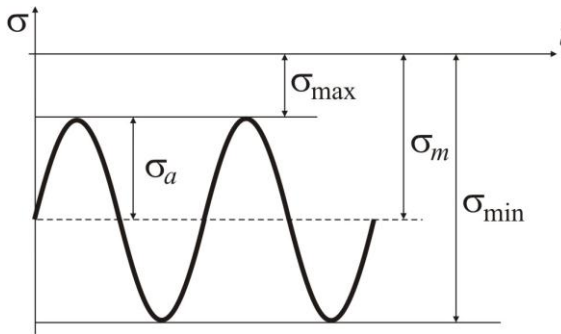
$$R = \frac{\sigma_{\min}}{\sigma_{\max}}. \quad (6)$$

Усі цикли змінних напружень можна умовно розподілити на 2 класи. Знакопостійні цикли – це цикли з найбільшим σ_{\max} та найменшим σ_{\min} напруженнями однакових знаків (рис. 5 а,б).



a

$$\begin{aligned}\sigma_{\max} &> 0; \\ \sigma_{\min} &> 0; \\ \sigma_m &> 0; \\ 0 &\leq R \leq 1.\end{aligned}$$

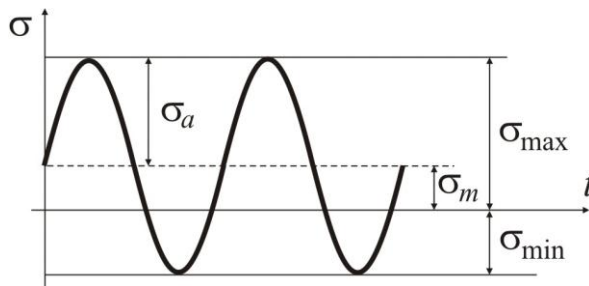


б

$$\begin{aligned}\sigma_{\max} &< 0; \\ \sigma_{\min} &< 0; \\ \sigma_m &< 0; \\ -\infty &\leq R \leq \infty.\end{aligned}$$

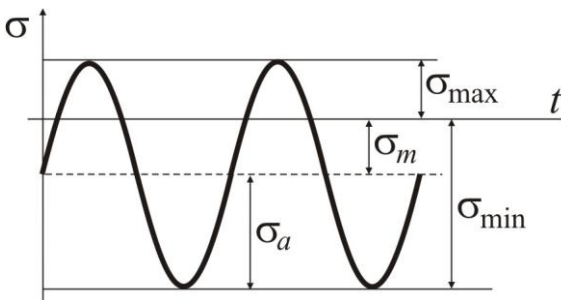
Рисунок 5 – Знакопостійні цикли

Знакозмінні цикли – ті, у яких найбільші і найменші напруження мають різні знаки (рис. 6 а,б).



a

$$\begin{aligned}\sigma_{\max} &> 0; \\ \sigma_{\min} &< 0; \\ \sigma_m &> 0; \\ \sigma_{\max} &> |\sigma_{\min}|; \\ -1 &\leq R \leq 0.\end{aligned}$$



б

$$\begin{aligned}\sigma_{\max} &> 0; \\ \sigma_{\min} &< 0; \\ \sigma_m &< 0; \\ |\sigma_{\min}| &> \sigma_{\max}; \\ -\infty &\leq R \leq -1.\end{aligned}$$

Рисунок 6 – Знакозмінні цикли

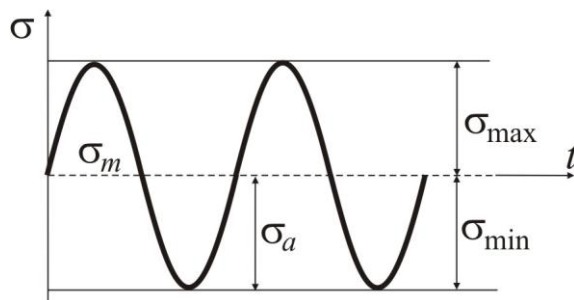
Таким чином, коефіцієнт асиметрії циклу R може набувати будь-яких значень у діапазоні

$$-\infty \leq R \leq +\infty.$$

Цикли, що мають однакові коефіцієнти R , називають подібними.

У практичних розрахунках на опір втомленості особливе значення мають три типові цикли:

- симетричний цикл (рис. 7), у якому



$$\sigma_{\max} = |\sigma_{\min}| = \sigma_a;$$

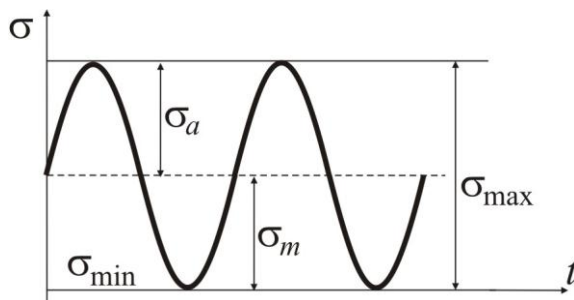
$$\sigma_m = 0;$$

$$R = -1.$$

Рисунок 7 – Симетричний цикл

Такий цикл зміни напружень виникає при навантаженні вагонних осей, обертових валів редукторів тощо.

- пульсаційний (віднульовий) цикл (рис.8):



$$\sigma_m = \sigma_a = \frac{\sigma_{\max}}{2};$$

$$\sigma_{\min} = 0;$$

$$R = 0.$$

Рисунок 8 – Пульсаційний цикл

Пульсаційні цикли мають місце в елементах зубчатого зчеплення, у трубопроводах та гідросистемах.

- «статичний цикл» (рис. 9), або статичне навантаження (напруження не змінюються у часі):

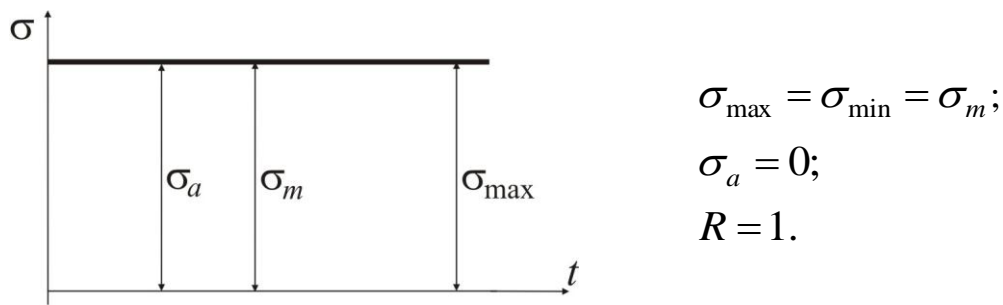


Рисунок 9 – Статичне навантаження

3. Границя витривалості. Крива втомленості

Для руйнування від втоми недостатньо змінності напружень. Потрібно, щоб напруження мали ще й певний рівень. Для кожного матеріалу існує таке максимальне напруження циклу, при якому його подальші зміни не призводять до руйнування від втомленості навіть при необмеженій кількості циклів. Зростання рівня максимального напруження зменшує опір втомленості матеріалу, тобто зменшує загальну кількість циклів до його руйнування.

При розрахунках на міцність від втоми вводиться нова механічна характеристика матеріалу – границя витривалості (границя втомленості) циклу.

Границя витривалості (втомленості) σ_R – максимальне напруження σ_{\max} , з яким матеріал не руйнуючись витримує базисне число циклів змін напружень N_0 .

Тож, наприклад, для симетричного циклу:

$$\sigma_R = \sigma_{-1} = \sigma_{\max} = \sigma_a + \sigma_m = \sigma_a,$$

для пульсуючого циклу:

$$\sigma_R = \sigma_0 = \sigma_{\max} = \sigma_a + \sigma_m,$$

для статичного навантаження:

$$\sigma_R = \sigma_1 = \sigma_{\max} = \sigma_a + \sigma_m = \sigma_m.$$

Число циклів N_0 називають базою випробувань на опір втомленості. Для чорних металів (сталі, чавуну) приймають $N_0 = 10^7$ циклів, для

кольорових металів умовною базою випробувань вважають $N_0 = (2 \div 10) \cdot 10^7$ циклів.

Границя витривалості σ_R , як і інші механічні характеристики, визначається експериментально для кожного матеріалу та при різних видах деформування з використанням партії стандартних зразків плоскої або циліндричної форми $d = 7 \div 10$ мм на спеціальних випробувальних машинах. Обробка здобутих даних експерименту супроводжується побудовою кривої втомленості, яку в літературі називають ще й кривою Веллера (рис.10).

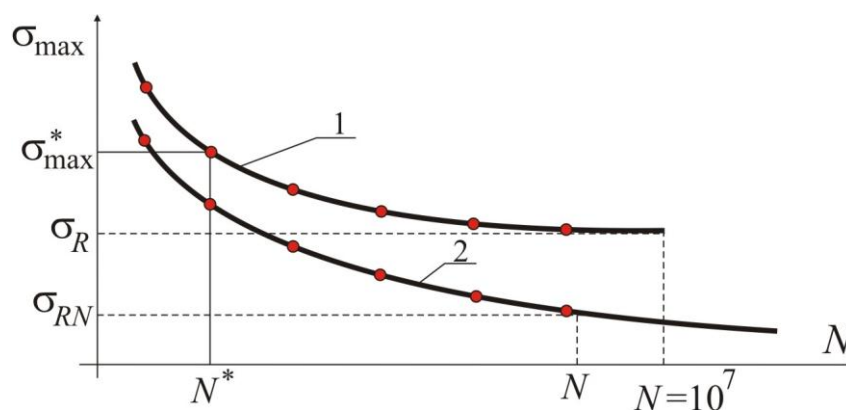


Рисунок 10 – Крива втомленості

Кожній партії зразків (6 – 10 шт.), що руйнуються, на діаграмі відповідає одна точка з координатами N^*, σ_{\max}^* . Тому крива втомленості є функцією $\sigma_{\max} = f(N)$. Перший зразок навантажують так, що $\sigma_{\max} \gg \sigma_R$, з кожним наступним зразком навантаження зменшують. Тож, зрозуміло, що кожен з менш навантажених зразків буде витримувати дедалі більшу кількість циклів до руйнування.

При випробуванні сталених зразків (лінія 1 на рис.10) крива втомленості асимптотично наближається до горизонтальної прямої, що відсікає на осі ординат відрізок σ_R – границю витривалості.

За базу випробувань N_0 вибирають ту кількість циклів, при якій правий кінець кривої втомленості проходить практично паралельно до осі абсцис.

Базою випробувань N_0 на опір втомленості називається найбільша кількість повторно – змінних навантажень, перевищення якої не повинно

призводити до руйнування від втоми випробуваного зразка при напруженні, що дорівнює σ_R .

Крива втоми для кольорових металів (лінія 2 на рис.10) спадає поступово і не має асимптоти, тому за базу випробувань треба брати більшу кількість циклів. Взагалі у таких випадках можна казати про деяку умовну границю витривалості.

Умовною (обмеженою) границею витривалості σ_{RN} називається максимальне напруження, за якого при здійсненні певної, наперед заданої кількості циклів, зразок не руйнується.

Умовна (обмежена) границя витривалості σ_{RN} може бути застосована і до сталей, в разі, якщо кількість циклів до руйнування за термін експлуатації менша ніж база випробувань N_0 .

Результати випробувань можна також представити у напівлогарифмічних координатах $\sigma_{\max} = f(\lg N)$. В цих координатах крива втомленості (для сталі) приймає вид двох прямих ліній, що дозволяє встановити закон зміни кривої, а разом і границю витривалості (рис.11).

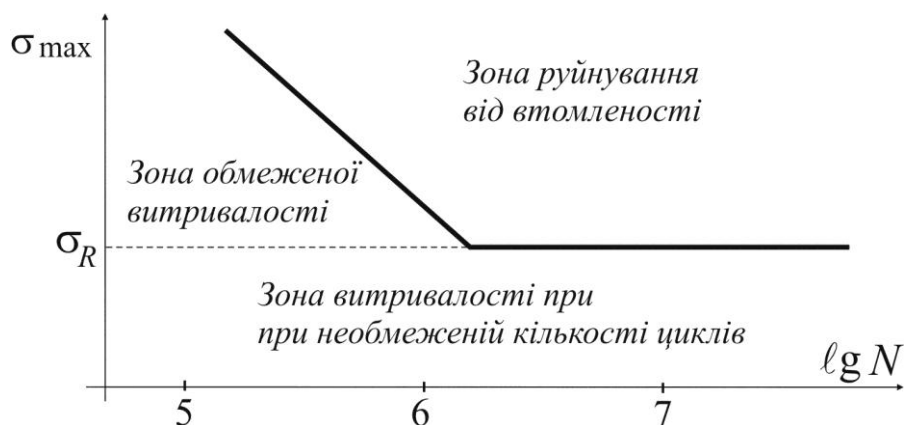


Рисунок 11 – Крива втомленості у напівлогарифмічних координатах

Крива втомленості у такому вигляді при розрахунках на довговічність дає розподіл простору можливих циклів змін напружень на три зони (див. рис.11).

Побудова будь-якої кривої втомленості здійснюється для певного типу циклу з фіксованим коефіцієнтом асиметрії R . Чисельні значення границь витривалості залежать від типу деформації зразків (розтягання – стискання, кручення, згин, або складне навантаження). То ж і

позначаються границі витривалості відповідним чином. Наприклад, при симетричному циклі границя витривалості зразків у разі розтягання – стискання σ_{-1p} , при крученні τ_{-1} , при згинанні $\sigma_{-1\varphi}$, тощо.

Згідно з експериментальними даними, для деяких матеріалів існує певне співвідношення між границями витривалості [2]:

$$\text{для сталей } \sigma_{-1p} \cong 0,7 \sigma_{-1\varphi}, \quad \tau_{-1} \cong 0,55 \sigma_{-1\varphi};$$

$$\text{для чавуну } \sigma_{-1p} \cong 0,65 \sigma_{-1\varphi}, \quad \tau_{-1} \cong 0,8 \sigma_{-1\varphi}.$$

Для чорних металів інколи використовують емпіричне співвідношення границі витривалості і тимчасового опору (границею міцності σ_b) при розтяганні – стисканні [2]:

$$\sigma_{-1p} \cong 0,28 \sigma_b, \quad \sigma_{-1\varphi} = 0,4 \div 0,45 \cdot \sigma_b, \quad \tau_{-1} = 0,22 \div 0,25 \cdot \sigma_b.$$

У підсумку треба зазначити, що границя витривалості, як і інші механічні характеристики, залежить від матеріалу, типу деформації, температури проведення випробувань. Крім того, значення σ_R залежить від специфічних для явища втомленості факторів, таких як

- асиметрія циклу,

а для реальних деталей ще й від

- концентраторів напружень;
- розмірів поперечних перерізів деталі;
- якості обробки її поверхні;
- умов роботи деталі (корозія, випромінювання, тощо).

У разі, якщо максимальне напруження циклу перевищує границю витривалості $\sigma_{\max} > \sigma_R$, то руйнування здійснюється при меншій, ніж базове, кількості циклів. В такому сенсі, у розрахунках на втомленість в умовах простого деформування, границю витривалості σ_R можна вважати за небезпечне напруження. Умова міцності у таких випадках має вигляд

$$\sigma_{\max} \leq \frac{\sigma_R}{n},$$

де n – коефіцієнт запасу міцності.

4. Діаграма граничних напружень

При визначенні границь витривалості σ_R будь-якого металу для циклів з довільним коефіцієнтом асиметрії R теоретично треба побудувати багато кривих втомленості (рис 10). До того ж побудова кожної точки кривої втоми потребує довгострокових випробувань. Нескладно підрахувати, що визначення максимальних напружень близьких до σ_R і кількості циклів, наближених до базових $N_0 = 10^7$, потребують декілька діб, при частоті змін напружень 50 Гц (1Гц дорівнює 1 циклу в секунду).

Для обмеження кількості випробувань і можливості визначення границь витривалості σ_R будь-якого довільного циклу, вченими було запропоновано декілька діаграм граничних напружень. У практичних розрахунках на опір втоми здебільшого використовується діаграма Хейя, побудована в координатах амплітудного σ_a та середнього σ_m напруження циклу.

Оскільки для довільного циклу напружень

$$\sigma_{\max} = \sigma_R = \sigma_a + \sigma_m,$$

кожна точка такої діаграми є векторною сумою амплітудної та середньої компоненти циклу (рис. 12).

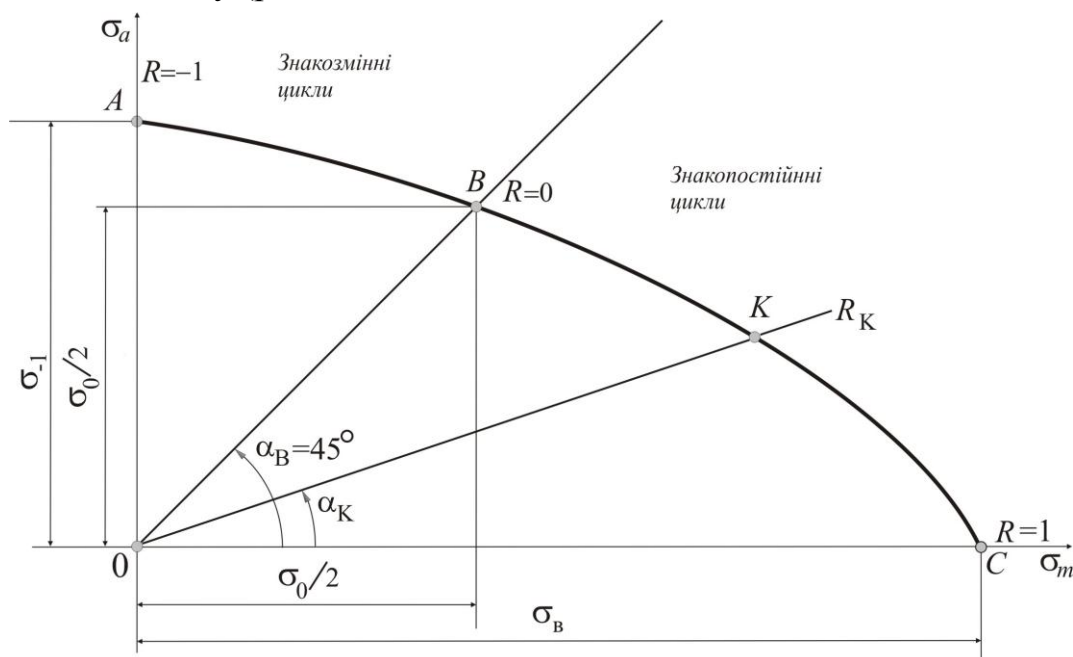


Рисунок 12 – Діаграма граничних напружень

Діаграма граничних напружень будується за допомогою даних випробувань зразків у трьох типових циклах.

Побудова виконується наступним чином. До середнього напруження σ_m , що відкладається по осі абсцис, додається у напрямі осі ординат відповідне амплітудне напруження σ_a . Так, границя витривалості симетричного циклу $\sigma_{-1}(\sigma_m = 0, \sigma_a = \sigma_{-1})$ відображається точкою A , границя витривалості пульсуючого (віднульового) циклу $\sigma_0\left(\sigma_m = \frac{\sigma_0}{2}, \sigma_a = \frac{\sigma_0}{2}\right)$ позначається точкою B , а границя витривалості при статичному напруженні $\sigma_1(\sigma_m = \sigma_b, \sigma_a = 0)$ – точкою C .

Точки A, B, C з'єднуються плавною кривою, яка є лінією границі витривалості. Простір $OABC$ можна вважати теоретично безпечним в сенсі руйнування від втомленості. Якщо точка з координатами (σ_m, σ_a) не виходить за границю цієї зони, то зразок з даного матеріалу витримує базове число циклів N_0 .

Прямим, що з'єднують точки A, B, C з початком координат відповідають певні коефіцієнти асиметрії циклу R (див. рис. 12).

Зв'язок між кутом α_K на рис. 12 та коефіцієнтом асиметрії циклу R_K у разі довільного циклу з компонентами напружень σ_{mK} та σ_{aK} визначається формулою:

$$ctg \alpha_K = \frac{\sigma_{mK}}{\sigma_{aK}} = \frac{\frac{\sigma_{\max} + \sigma_{\min}}{2}}{\frac{\sigma_{\max} - \sigma_{\min}}{2}} = \frac{1 + R_K}{1 - R_K}. \quad (7)$$

Таким чином, кожній прямій, проведеній з початку координат до лінії границі витривалості під кутом α_K відповідають подібні цикли з певними значеннями коефіцієнта асиметрії R_K та границі витривалості $\sigma_{RK} = \sigma_{mK} + \sigma_{aK}$.

Експериментально встановлено, що границя витривалості для циклів з однаковим за модулем середнім напруженням σ_m в області стискаючих напружень вище, ніж розтягуючих. Ця різниця пояснюється результатами дії стиску, який перешкоджає зростанню тріщин утоми. Вона особливо помітна для крихких матеріалів, наприклад для чавуну. Діаграма граничних напружень для сірого чавуну показана на рис. 13 суцільною кривою.

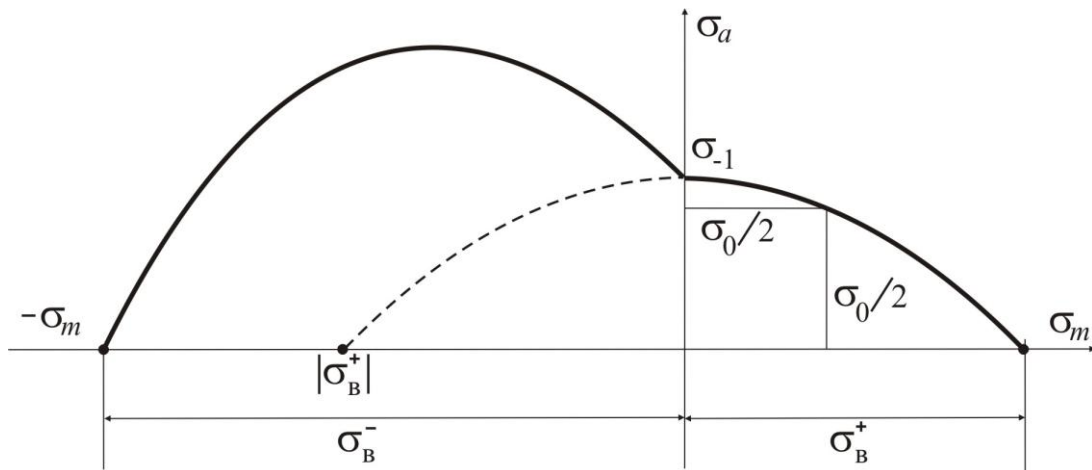


Рисунок 13 – Діаграма граничних напружень для сірого чавуну

Однак і для пластичних матеріалів (сталі) зона діаграми з від'ємними значеннями $\sigma_m < 0$ має свої особливості. Вони пов'язані з тим, що тимчасовий опір σ_B^- при стисканні пластичного матеріалу (вуглецевої сталі) не може бути досягнутим (рис. 14).

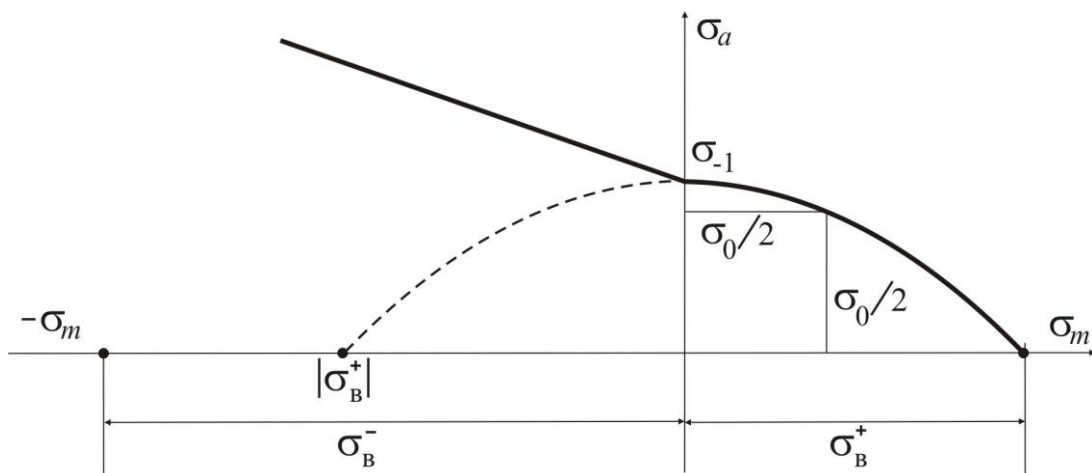


Рисунок 14 – Діаграма граничних напружень для вуглецевої сталі

З рис. 13,14 видно, що простір безпечних напружень для циклів з $\sigma_m < 0$ більший, ніж для циклів з $\sigma_m > 0$. У практичних розрахунках на втомленість простір безпечних напружень для циклів з від'ємними значеннями σ_m звужують, як показано на рис. 13,14 пунктирною лінією. Таке звуження йде в запас міцності і дозволяє провадити розрахунки на втомленість лише для циклів з додатними значеннями $\sigma_m > 0$.

Тому, у разі виникнення знакопостійних (див. рис. 5б), або знакозмінних (див. рис. 6б) циклів з середнім напруженням $\sigma_m < 0$, їх дзеркально відображають відносно осі часу. Завдяки такому перетворенню середні напруження циклів σ_m стають додатними, а функції, зображені на рис. 5б і 6б трансформуються в криві, показані на рис. 5а і 6а відповідно. Таким чином коефіцієнти асиметрії усіх можливих циклів змінюються у діапазоні

$$-1 \leq R \leq +1,$$

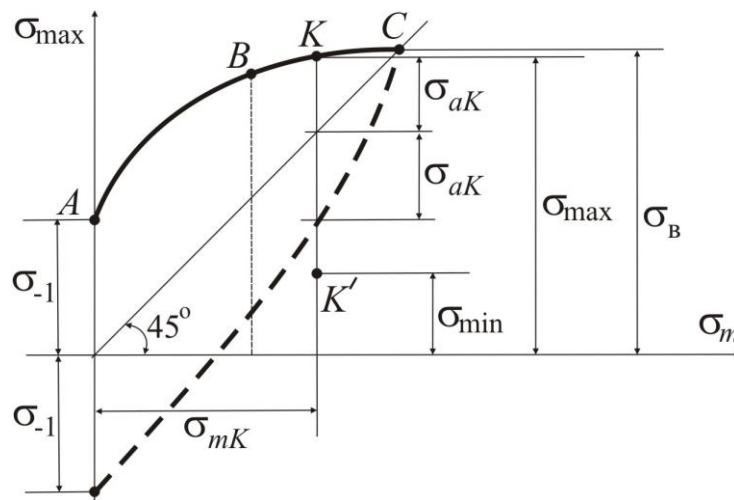
а бісектриса внутрішнього кута AOC (див. рис.12) розподіляє простір діаграми на два сектори – знакопостійних та знакозмінних циклів.

Діаграма граничних напружень дозволяє визначити границю витривалості довільного циклу за наступним алгоритмом. По відомим значенням напружень σ_{\max} і σ_{\min} по формулі (6) встановлюється коефіцієнт асиметрії циклу R , а завдяки співвідношенню (7) визначається кут нахилу α_K прямої відповідного циклу. Точка K перетину цієї прямої з лінією границі витривалості (див. рис. 12) вказує на граничні напруження циклу σ_{aK} і σ_{mK} . Геометрична сума відрізків σ_{aK} та σ_{mK} визначає максимальне напруження циклу або границю витривалості.

$$\sigma_{\max} = \sigma_{RK} = \sigma_{aK} + \sigma_{mK}. \quad (8)$$

Аналізуючи суми напружень (8) для різних точок діаграми граничних напружень (рис.12) можна зробити висновок, що із зростанням коефіцієнта асиметрії R від -1 до +1 (тобто з ростом σ_m і зменшенням

У завершенні слід зазначити, що деякі дослідники замість діаграми Хейя використовують інший тип діаграми, яка будується в осях $\sigma_{\max} - \sigma_m$ і тому має назву діаграми максимальних напружень, або діаграми Сміта (рис. 15).



Будується вона за допомогою тих самих точок A, B, C що й діаграма Хейя (див. рис.12). Спочатку під кутом 45 градусів до осі середніх напружень σ_m проводиться допоміжна пряма. На осі абсцис відкладається середнє напруження циклу σ_{mK} . Від цієї позначки підіймається перпендикуляр до зустрічі з допоміжною прямою. Від точки перетину цих ліній по осі ординат в обидва боки відкладається амплітудна складова циклу σ_{aK} . Таким чином для довільного циклу з напруженнями σ_{mK} та σ_{aK} утворюються точки K та K' , які відповідають максимальним та мінімальним напруженням циклу. Одночасно з'являються криві максимальних (суцільна) та мінімальних (пунктирна) напружень циклу.

21

5. Лінеаризація діаграми граничних напружень

Діаграма граничних напружень (рис.12) є нелінійною функцією $\sigma_R = f(\sigma_m, \sigma_a)$, тому у практичних розрахунках складна у використанні. За пропозицією С.В. Серенсена та Р.С. Кінасошвілі її схематизують та лінеаризують.

Побудова схематизованої діаграми граничних напружень виконується у два етапи (рис. 16).

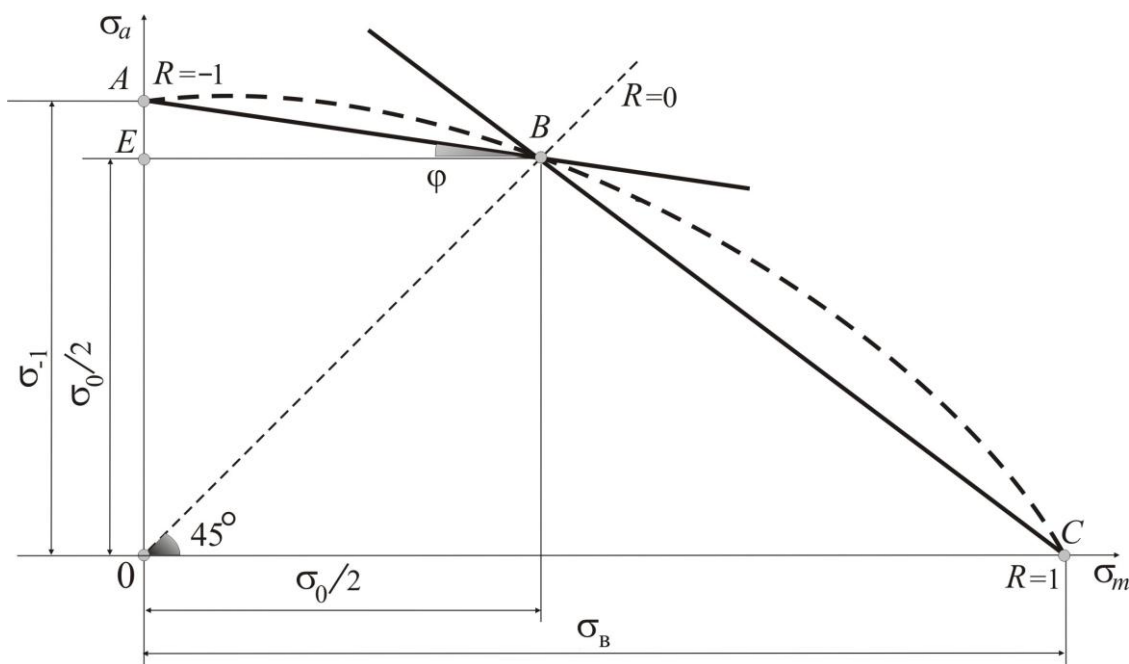


Рисунок 16 – Схематизована діаграма граничних напружень

На першому етапі проводиться пряма лінія між точками $A(0; \sigma_{-1})$ та $B(\sigma_0/2; \sigma_0/2)$, які є границями витривалості симетричного та пульсуючого циклів відповідно. Ця пряма є лінією границі витривалості зразка при дії знакозмінних циклів напружень. Вона «відповідає» за опір втомленості матеріалу в діапазоні коефіцієнтів асиметрії циклів $(-1 \leq R \leq 0)$.

Рівняння прямої витривалості в координатах $\sigma_m - \sigma_a$ можна записати

$$\sigma_a = k\sigma_m + \sigma_{-1}. \quad (9)$$

Враховуючи, що $k = -tg\varphi$, рівняння (9) набуває вигляду:

$$\sigma_a + tg\varphi \sigma_m = \sigma_{-1}. \quad (10)$$

З розгляду трикутника ABE

$$tg\varphi = \frac{AE}{BE} = \frac{\sigma_{-1} - \sigma_0 / 2}{\sigma_0 / 2} = \frac{2\sigma_{-1} - \sigma_0}{\sigma_0} = \psi_\sigma, \quad (11)$$

де ψ_σ - коефіцієнт чутливості матеріалу до асиметрії циклу.

З врахуванням (11), рівняння (10) має вигляд:

$$\sigma_a + \psi_\sigma \sigma_m = \sigma_{-1}. \quad (12)$$

Коефіцієнт ψ_σ ще називають коефіцієнтом приведення будь-якого асиметричного циклу до рівного за міцністю симетричного циклу.

Аналогічні назви мають напруження і коефіцієнти, якщо діаграма граничних напружень побудована для кручення в осях $\tau_m - \tau_a$. Тоді, згідно з (11):

$$\psi_\tau = \frac{2\tau_{-1} - \tau_0}{\tau_0}, \quad (13)$$

а по аналогії з (12),

$$\tau_a + \psi_\tau \tau_m = \tau_{-1}. \quad (14)$$

Коефіцієнти ψ_σ, ψ_τ є константами матеріалу. Їх значення для деяких марок сталі наведені в таблиці 1 (див. додаток 2). Якщо дані про матеріал відсутні, значення констант ψ_σ, ψ_τ можна орієнтовно прийняти з наступної таблиці [2]:

$\sigma_B, \text{МПа}$	ψ_σ	ψ_τ
350....550	0	0
520....750	0,05	0
700....1000	0,10	0,05
1000...1200	0,20	0,01
1200...1400	0,25	0,15

На другому етапі лінеаризації треба провести пряму між точками B та C (див. рис. 16). Вона також є лінією границь витривалості зразка у діапазоні знакопостійних циклів з коефіцієнтами асиметрії циклу ($0 \leq R \leq 1$).

Рівняння прямої, яка проходить крізь дві задані точки має вигляд:

$$\frac{y - y_1}{y_2 - y_1} = \frac{x - x_1}{x_2 - x_1}. \quad (15)$$

З підстановкою в (15) координат точки $B\left(\frac{\sigma_0}{2}; \frac{\sigma_0}{2}\right)$ та точки $C(\sigma_B; 0)$ отримаємо:

$$\sigma_a \left(\frac{2\sigma_B - \sigma_0}{\sigma_0} \right) + \sigma_m = \sigma_B,$$

або $\sigma_a \xi_\sigma + \sigma_m = \sigma_B, \quad (16)$

де $\xi_\sigma = \frac{2\sigma_B - \sigma_0}{\sigma_0}. \quad (17)$

Аналогічно проводиться лінеаризація діаграми дотичних напружень. Відповідна пряма має рівняння:

$$\tau_a \xi_\tau + \tau_m = \tau_B \quad (18)$$

де
$$\xi_\tau = \frac{2\tau_B - \tau_0}{\tau_0}. \quad (19)$$

Коефіцієнти ξ_σ, ξ_τ можна визначити для кожного матеріалу, використовуючи його механічні характеристики. Для цього з рівнянь (11) та (13) знайдемо:

$$\sigma_0 = \frac{2\sigma_{-1}}{(1 + \psi_\sigma)}, \quad (20)$$

$$\tau_0 = \frac{2\tau_{-1}}{(1 + \psi_\tau)}. \quad (21)$$

Ці співвідношення, разом із виразами (17) та (19) відповідно, дають:

$$\xi_\sigma = \frac{\sigma_B}{\sigma_{-1}}(1 + \psi_\sigma) - 1, \quad (22)$$

$$\xi_\tau = \frac{\tau_B}{\tau_{-1}}(1 + \psi_\tau) - 1. \quad (23)$$

Слід зазначити, що безпечна робота матеріалу закінчується, коли напруження у ньому перевищують межу текучості σ_T . Тому простір безпечних напружень $OABC$ (рис. 16) додатково звужують лінією текучості. Вона будується наступним чином. На осі середніх напружень позначається точка $D(\sigma_T; 0)$. Від неї під кутом 45 градусів проводиться лінія текучості DT (рис. 17).

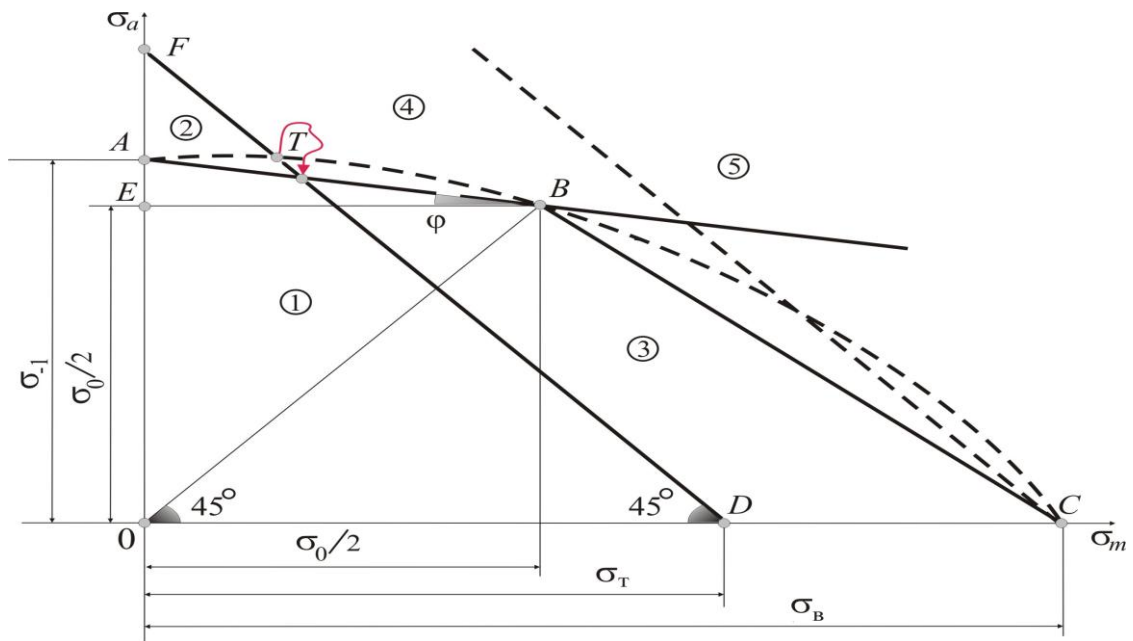


Рисунок 17 – Схематизована діаграма по Серенсену – Кінасошвілі

Рівняння прямої DT , яка відсікає рівні відрізки на координатних осях, можна записати у вигляді:

$$\frac{\sigma_a}{\sigma_T} + \frac{\sigma_m}{\sigma_T} = 1,$$

або

$$\sigma_{\max} = \sigma_a + \sigma_m = \sigma_T,$$

чи

$$\sigma_a = \sigma_T - \sigma_m. \quad (24)$$

З рис. 17 видно, що простір безпечних напружень у сенсі втомленості і текучості обмежується двома лініями с текучості і границь витривалості. Точка перетину цих прямих T може бути розташована ліворуч від т. B , якщо $\sigma_0 \geq \sigma_T$, або праворуч, у випадку коли $\sigma_0 \leq \sigma_T$.

Схематизована діаграма (по Серенсену – Кінасошвілі) розподіляє простір напружень на декілька характерних зон (див. рис. 17).

Якщо максимальні напруження відображаються точкою, розташованою у першій безпечній зоні $OATD$, матеріал не руйнується від втомленості, напруження у ньому є пружними.

У зоні 2 ще пружні напруження набувають такого рівня, що спостерігається руйнування від втоми. Пластичні деформації при цьому відсутні.

У зоні 3 максимальні напруження перевищують межу текучості, але не досягають границі витривалості. Матеріал витримує базове число циклів напружень при наявності пластичних деформацій.

При напруженнях, які відповідають точці у зоні 4, відбувається руйнування від втоми при наявності пластичних деформацій.

У зоні 5 руйнування відбувається після першого навантаження.

Поведінка матеріалу при дії змінних напружень має певну особливість. Одне і те ж за величиною максимальне напруження може бути як безпечним, так і небезпечним в залежності від асиметрії циклу. Наприклад, т.1 (рис.18) знаходиться у безпечній зоні *OATD* і має максимальні напруження $\sigma_{\max 1} = \sigma_{a1} + \sigma_{m1}$.

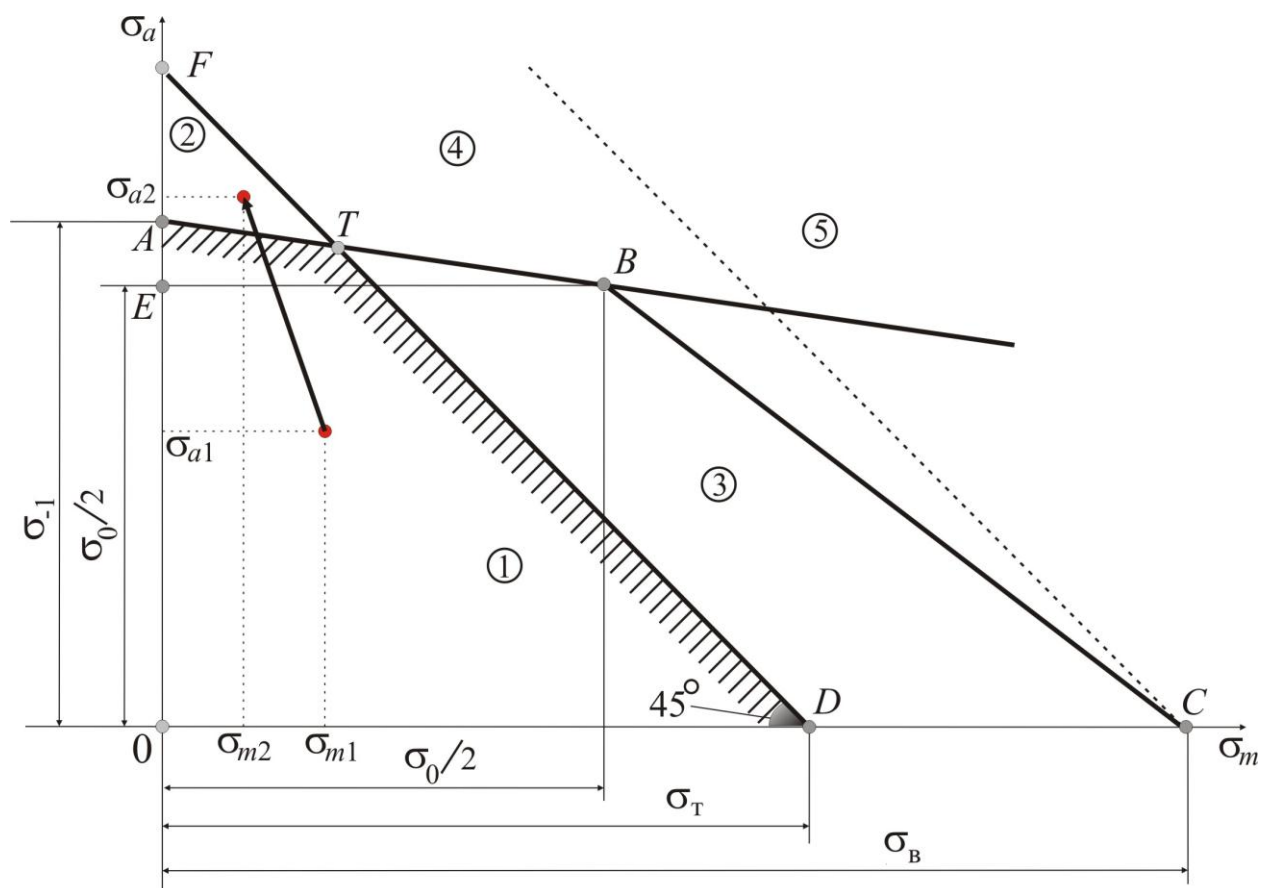


Рисунок 18 – Вплив асиметрії циклу на опір втоми

Якщо підвищити амплітудні напруження σ_a і одночасно зменшити середні

σ_m , так що $\sigma_{\max 1} = \sigma_{\max 2}$, точка 2 опиниться в небезпечній зоні руйнувань від втомленості.

$$\sigma_{\max 2} = \sigma_{a2} + \sigma_{m2}.$$

Отже, вирішальним фактором втомленості матеріалів, є амплітудна складова напружень циклу σ_a .

У завершенні треба зазначити, що діаграма граничних напружень будується для стандартних зразків відносно малих розмірів ($d = 7 \div 10$ мм) з дзеркально полірованою поверхнею. Форма таких зразків також є стандартною (циліндр або смуга).

Реальні ж деталі, у порівнянні зі стандартними зразками, мають певні конструктивні особливості, які впливають на опір втомленості, змінюючи границю витривалості деталі у той чи інший бік. До таких факторів впливу належать: форма деталі, її поперечні розміри, стан поверхні, середовище, у якому працює деталь, тощо.

Якщо за еталон взяти границю витривалості стандартного зразка, можна визначити відхилення від неї, спричинені тим чи іншим фактором. Розглянемо більш детально вплив різних факторів на опір втомленості.

6. Вплив концентрації напружень

Під концентрацією напружень, зазвичай, розуміють різке підвищення напружень в обмеженому об'ємі навантаженого тіла. Напруження в зоні концентрації називаються місцевими. Явище концентрації напружень спостерігається при усіх видах деформування. Концентрація напружень з'являється в зонах різких змін форми тіла або в зонах контакту деталей.

Концентраторами напружень на практиці є виточки (рис. 19а), отвори (рис. 19б), галтелі (рис. 19в), шпонкові та шліцьові канавки, нарізки на поверхні та інше.

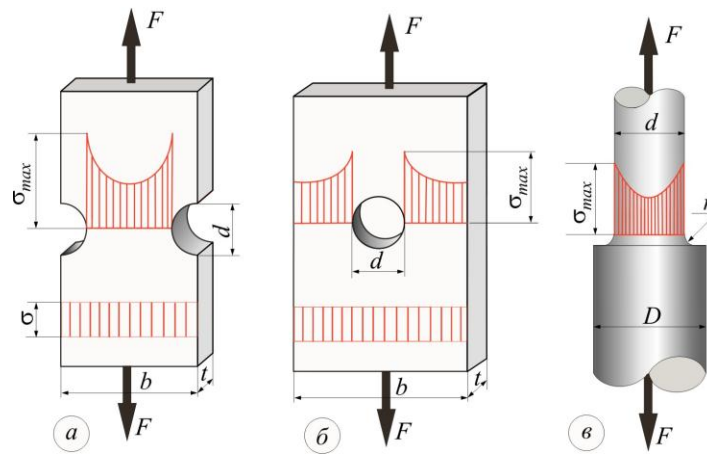


Рисунок 19 – Концентратори напружень

На рис.19, як приклад, показано розподіл нормальних напружень вздовж осі стержнів при розтяганні. Напруження, які розподіляються рівномірно по перерізу стержня подалей від концентратора, збільшуються до σ_{\max} і втрачають рівномірний характер розподілу. При цьому, звісно, інтегральні показники для напружень у вигляді

$$F = \int_A \sigma dA$$

зберігаються для кожного перерізу, де A – площа перерізу.

При статичному навантаженні рівень місцевого збільшення напружень для кожного концентратора можна врахувати за допомогою теоретичного коефіцієнта концентрації напружень $\alpha_\sigma, \alpha_\tau$:

$$\alpha_\sigma = \frac{\sigma_{\max}}{\sigma_{\text{ном}}}; \quad \alpha_\tau = \frac{\tau_{\max}}{\tau_{\text{ном}}}, \quad (25)$$

де $\sigma_{\text{ном}}, \tau_{\text{ном}}$ – номінальні напруження у найменшому за площею перерізі концентратора.

Номінальні напруження можуть бути визначені за формулами опору матеріалів з урахуванням ослаблення поперечного перерізу стержня. Наприклад, для стержнів з виточками і отвором (рис. 19 а, б)

$$\sigma_{\text{ном}} = \frac{F}{t(b-d)},$$

для галтелі (рис. 19 в):

$$\sigma_{\text{ном}} = \frac{4F}{\pi d^2}.$$

Теоретичний коефіцієнт концентрації напружень залежить від геометричних параметрів тіла в місці розташування концентратора і типу деформації. Величина його може бути обчислена аналітично за допомогою методів теорії пружності.

Слід мати на увазі, що при концентрації напружень не тільки підвищуються місцеві напруження, але й змінюється тип напруженого стану.

Теоретичний коефіцієнт концентрації напружень повністю не характеризує змінювання місцевих напружень, а відстежує тільки зростання одного компонента напруженого стану. У зв'язку з цим, вплив місцевих напружень на міцність деталі при втомленості, при одному і тому ж теоретичному коефіцієнті концентрації, але різноманітних концентраторах, є різним. Ще більш істотну роль мають властивості матеріалу деталі або чутливість матеріалу до концентрації напружень.

Тому при розрахунках на втомленість вводиться поняття ефективного (або дійсного) коефіцієнта концентрації напружень K_σ, K_τ для циклів нормальних та дотичних напружень.

В умовах симетричного циклу зміни напружень ефективним (дійсним) коефіцієнтом концентрації напружень називається відношення границі витривалості гладкого зразка (σ_{-1}, τ_{-1}) до границі витривалості зразка таких самих розмірів, але з концентратором напружень (σ_{-1K}, τ_{-1K}):

$$K_\sigma = \frac{\sigma_{-1}}{\sigma_{-1K}} > 1, \quad K_\tau = \frac{\tau_{-1}}{\tau_{-1K}} > 1. \quad (26)$$

Величина ефективного коефіцієнта концентрації напружень залежить не тільки від геометричної форми та типу деформування, але і від механічних властивостей матеріалу. З ростом тимчасового опору σ_B збільшується і ефективний коефіцієнт концентрації напружень. При цьому величина ефективного коефіцієнта концентрації менша за величину теоретичного коефіцієнта концентрації для одного і того ж концентратора :

$$K_\sigma < \alpha_\sigma, K_\tau < \alpha_\tau.$$

Достовірні дані про величини ефективних коефіцієнтів концентрації напружень можна отримати з допомогою цілеспрямованих випробувань на втомленість. В цьому напрямку накопичено порівняно великий експериментальний матеріал. Для найбільш поширених типів концентраторів напружень в конструкціях розподільних та передаточних валів довідковий матеріал для визначення ефективних коефіцієнтів концентрації напружень наведено в додатках 3 – 6.

У випадку відсутності прямих експериментальних даних по визначенню ефективного коефіцієнта концентрації напружень вдаються до різних приблизних оцінок. Аналіз результатів багатьох випробувань на втомленість дозволяє встановити приблизне співвідношення між теоретичним та ефективним коефіцієнтами концентрації напружень. Для цього вводиться коефіцієнти чутливості матеріалу до концентрації напружень (q_σ, q_τ):

$$q_\sigma = \frac{K_\sigma - 1}{\alpha_\sigma - 1}, \quad q_\tau = \frac{K_\tau - 1}{\alpha_\tau - 1}. \quad (27)$$

За його допомогою можна кількісно оцінити зазначену різницю коефіцієнтів K_σ та α_σ , K_τ та α_τ .

Знаючи коефіцієнти чутливості q_σ, q_τ , для яких у довідковій літературі є відповідні графіки (рис. 20), можна за допомогою $\alpha_\sigma, \alpha_\tau$ приблизно обчислити значення ефективних коефіцієнтів концентрації:

$$K_\sigma = 1 + q_\sigma (\alpha_\sigma - 1), \quad K_\tau = 1 + q_\tau (\alpha_\tau - 1). \quad (28)$$

Величина коефіцієнтів чутливості матеріалу до концентрації напружень слабо залежить від типу деформування, тому в практичних розрахунках вважають $q_{\sigma} = q_{\tau} = q$, а числові значення знаходимо за допомогою відповідних графіків (рис. 20).

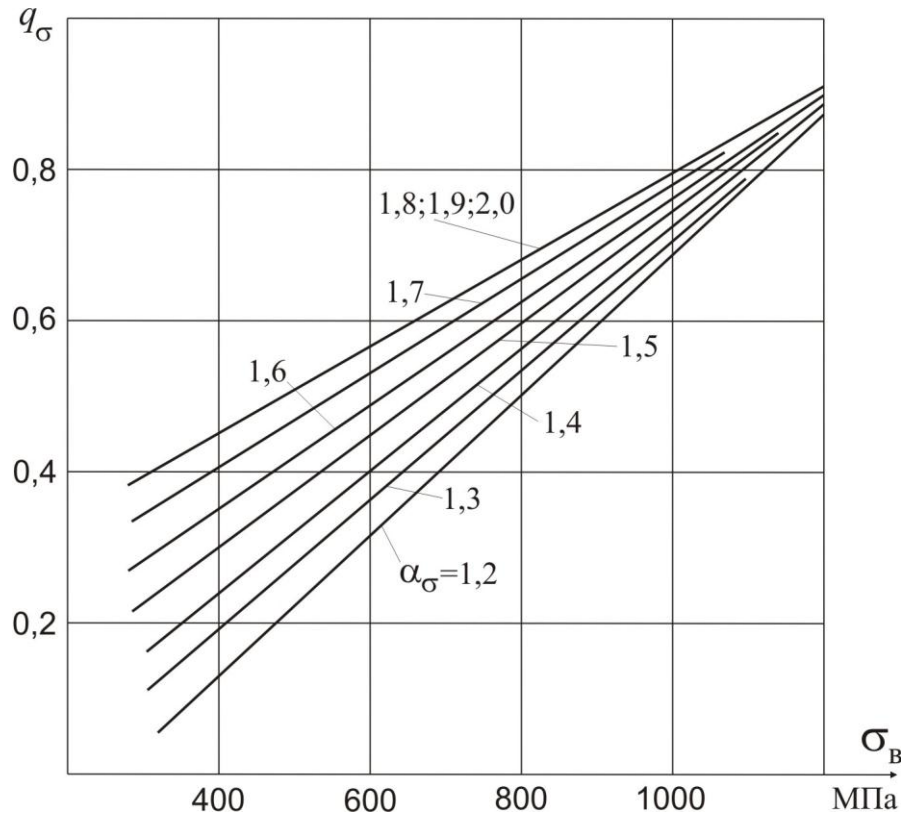


Рисунок 20 – Коефіцієнти чутливості матеріалу до концентрації напружень

Для матеріалу, нечутливого до концентрації напружень, тобто при $q = 0$, $K_{\sigma} = 1$ ($K_{\tau} = 1$). При $q = 1$, $K_{\sigma} = \alpha_{\sigma}$ ($K_{\tau} = \alpha_{\tau}$) матеріал має повну чутливість до концентрації напружень.

Як видно з рис.20, чутливість сталі до концентрації напружень залежить від її міцності. Із зростанням тимчасового опору σ_B підвищується чутливість сталі до концентрації напружень. Тому застосування високоякісних сталей ($q \approx 1$), при змінних напруженнях не завжди виявляється доцільним.

Чутливість металу до концентрації напружень у крупнозернистих металів менша, ніж у дрібнозернистих. Метали з неоднорідною структурою, наприклад сірий чавун, мають знижену чутливість до

концентрації напружень ($q \approx 0$) внаслідок того, що структурна неоднорідність є внутрішнім самостійним джерелом концентрації напружень. Тому зовнішні концентратори вже мало знижують границю витривалості.

Ще раз звернемо увагу на те, що описаний спосіб визначення ефективних коефіцієнтів концентрації за формулами (28) є досить приблизним і може вживатись лише в тому випадку, якщо відсутні відповідні експериментальні дані стосовно ефективних коефіцієнтів концентрації напружень.

При наявності в перерізі деталі кількох концентраторів, наприклад, посадка втулки з натягом на вал у зоні шпоночного пазу, в розрахунках береться до уваги тільки більший ефективний коефіцієнт концентрації напружень. Це пояснюється тим, що в такому випадку процеси утворення та розвитку тріщини від втомленості відбуваються в першу чергу в зонах з великими напруженнями. Цей факт підтверджується експериментами.

При відсутності даних про ефективні коефіцієнти концентрації при крученні їх треба визначати за емпіричною формулою (29)

$$K_{\tau} \approx 0,4 + 0,6K_{\sigma}. \quad (29)$$

Числові значення деяких ефективних коефіцієнтів концентрації напружень наведені в таблицях додатків 3 – 6.

Слід зазначити, що істотний додатковий вплив на ефективний коефіцієнт концентрації напружень мають абсолютні розміри перерізу деталі. В зв'язку з цим, значення ефективних коефіцієнтів концентрації необхідно визначати з урахуванням масштабного ефекту.

7. Вплив абсолютних розмірів деталі (масштабний ефект)

Як свідчать експерименти, при збільшенні діаметрів зразків із сталі від стандартного ($d = 7 \div 10$ мм) до $d = 150 \div 200$ мм, при циклічному

згинанні та крученні границя витривалості деталі σ_{-1d} знижується порівняно до границі витривалості стандартного зразка σ_{-1d_0} . Для вуглецевих сталей таке зниження може досягати 45%, а для сірого чавуну навіть 60 – 70%. В той же час дослідні дані свідчать про малий вплив абсолютних розмірів на опір втоми при однорідному напруженому стані – розтяганні - стисканні. Цей факт пояснюється наявністю градієнта напружень.

Для виникнення тріщини від втоми необхідно, щоб у деякому мінімальному об'ємі матеріалу напруження розтягу досягли певного значення σ_{-1p} . Цей мінімальний об'єм визначається групою зерен, де існує певний дефект у вигляді мікропори, наявності шлакових включень, неоднорідної структури зерен, тощо. Кількість таких сприятливих зон, в яких зароджуються тріщини втоми зростає пропорційно об'єму, в якому напруження перевищують σ_{-1p} .

Збільшення поперечного розміру деталі при фіксованих значеннях σ_{\max} та σ_{-1p} призводить до відносного зростання об'єму найбільш напруженого шару у деталі більшого поперечного розміру в порівнянні з малою деталлю (Рис. 21). Заштриховані зони становлять шар, в якому напруження перевищують границю витривалості σ_{-1p} .

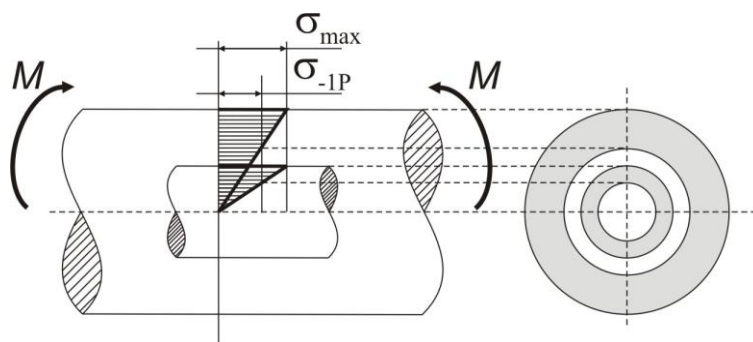


Рисунок 21 – Поширення об'єму напруженого шару деталі із зростанням поперечного перерізу

Виходячи з імовірності руйнування від втоми, яку слід вважати пропорційною кількості небезпечних дефектів на одиницю об'єму найбільш напруженого шару металу, можна визначити вплив абсолютних

розмірів перерізу на міцність при змінних напруженнях (масштабний ефект).

Кількісно такий масштабний ефект можна врахувати коефіцієнтом впливу абсолютних розмірів перерізу:

$$K_{d\sigma} = \frac{\sigma_{-1d}}{\sigma_{-1d_0}} < 1, \quad (30)$$

$$K_{d\tau} = \frac{\tau_{-1d}}{\tau_{-1d_0}} < 1, \quad (31)$$

де σ_{-1d}, τ_{-1d} – границі витривалості зразків розміром d ;

$\sigma_{-1d_0}, \tau_{-1d_0}$ – границі витривалості стандартних зразків подібної конфігурації діаметром d_0

Експериментально встановлено, що коефіцієнти впливу абсолютних розмірів перерізу $K_{d\sigma}, K_{d\tau}$ не залежать від виду напруженого стану, тому у практичних розрахунках на опір втомленості вважають

$$K_{d\sigma} \approx K_{d\tau} = K_d. \quad (32)$$

Однак існує залежність коефіцієнта K_d від властивостей матеріалу. Так для однакових за розмірами деталей, виготовлених з вуглецевої і високоміцної сталей, коефіцієнти впливу абсолютних розмірів перерізу значно розрізняються (див. рис. 22). Дані експериментів свідчать, що деталі, виготовлені з легірованої сталі є більш чутливими до масштабного ефекту і мають менший коефіцієнт K_d . Графіки коефіцієнтів $K_d = K_d(d, \sigma_s)$ для різних сталей наведені в додатку 7.

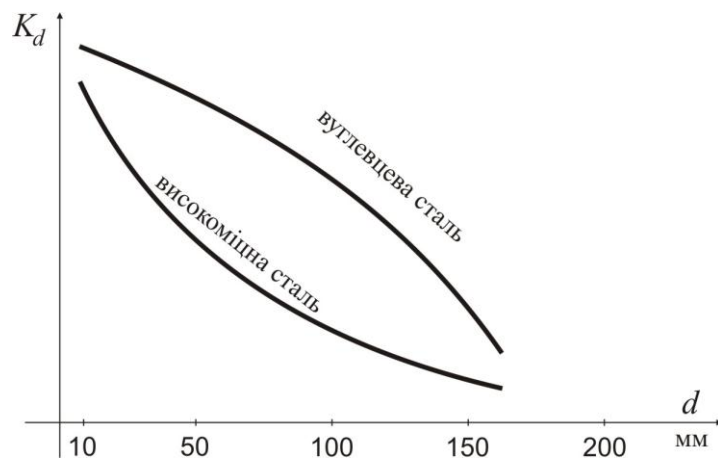


Рисунок 22 – Якісна залежність коефіцієнта K_d від марки сталі

Зниження границь витривалості матеріалу зі збільшенням абсолютних розмірів пояснюється також впливом наступних факторів:

- зменшенням механічної міцності матеріалу зі збільшенням розміру заготовок навіть за умови додержання належної термічної обробки (металургійний фактор);
- зміною властивостей поверхневого шару деталі після її механічної обробки, яка призводить до зміцнення і поліпшення його рельєфу (технологічний фактор). Для деталей більшого розміру глибина зміцненого шару відносно менша, ніж для дрібних деталей;
- неоднорідністю механічних властивостей, зв'язаною з існуванням шлакових включень, раковин, перенапружених зерен у полікристалічній структурі металу і як наслідок – підвищення ймовірності більш раннього руйнування від втоми зі збільшенням розміру деталі (статистичний фактор).

Експериментально встановлено, що границя витривалості деталі з концентратором напружень при збільшенні її розмірів знижується в більшому ступені, ніж у деталі таких самих розмірів, але без концентратора.

Як свідчать графіки, наведені на рис. 23, границя витривалості деталі певного розміру d з концентратором напружень $\sigma_{-1 Kd}$ знижується у декілька разів порівняно з границею витривалості стандартного зразка $\sigma_{-1 d_0}$.

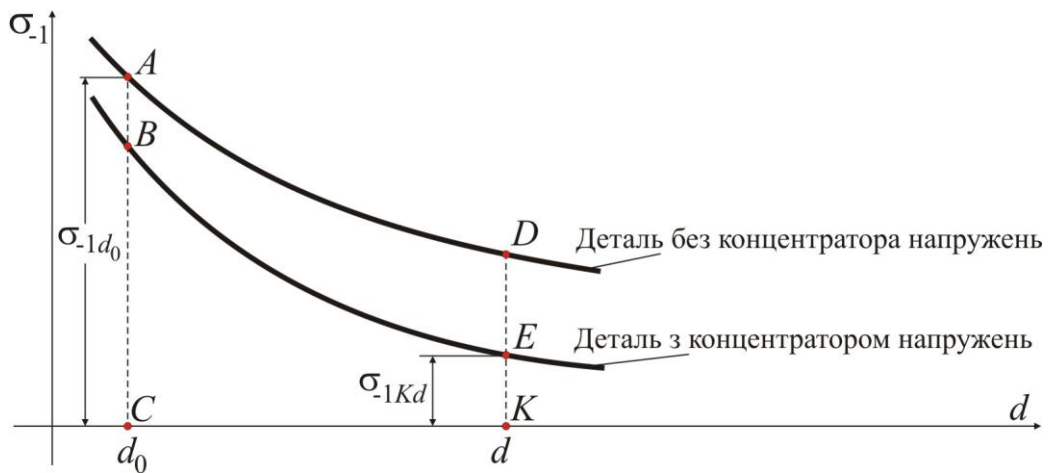


Рисунок 23 – Залежність границі витривалості від сумісного впливу концентрації напружень і масштабного фактору

Кількісну оцінку цього зниження дає ефективний коефіцієнт концентрації напружень деталі. Для нормальних напружень

$$(K_{\sigma})_d = \frac{\sigma_{-1} d_0}{\sigma_{-1} K d}, \quad (33)$$

відповідно для дотичних напружень:

$$(K_{\tau})_d = \frac{\tau_{-1} d_0}{\tau_{-1} K d}. \quad (34)$$

Вони враховують сумарний вплив концентрації напружень та абсолютних розмірів деталі на опір втоми.

Аналізуючи відрізки з графіків, наведених на рис.23, можна отримати певні співвідношення. За визначеннями

$$K_d = \frac{\sigma_{-1d}}{\sigma_{-1d_0}} = \frac{DK}{AC}; \quad K_{\sigma} = \frac{\sigma_{-1d}}{\sigma_{-1Kd}} = \frac{DK}{EK}. \quad (35)$$

Тоді отримуємо, наприклад, для нормальних напружень

$$(K_{\sigma})_D = \frac{\sigma_{-1d0}}{\sigma_{-1Kd}} = \frac{AC}{EK} = \frac{AC}{EK} \cdot \frac{DK}{DK} = \frac{DK}{EK} \cdot \frac{1}{DK/AC} = \frac{K_{\sigma}}{K_d}. \quad (36)$$

По аналогії для дотичних напружень:

$$(K_{\tau})_D = \frac{K_{\tau}}{K_d}. \quad (37)$$

Найвищі ефективні коефіцієнти концентрації напружень мають деталі, виготовлені з високоміцних сталей. Для вуглецевих сталей формули (36),(37) дають менші значення ефективних коефіцієнтів концентрації за рахунок меншого чисельника і, водночас, більшого знаменника. Тому границя витривалості для деталей, виготовлених з вуглецевих сталей, знижується менше, ніж для деталей, виготовлених з якісної сталі.

Зазначимо, що ступінь впливу концентрації напружень на значення границі витривалості залежить від типу напруженого стану деталі. При циклічному крученні, наприклад, ефективні коефіцієнти концентрації виявляються, як правило, меншими, ніж при згинанні для одних і тих самих конструктивних форм.

Що до ефективних коефіцієнтів концентрації напружень деталі при розтяганні – стисканні, то вони дорівнюють коефіцієнтам концентрації напружень при згинанні, або дещо перевищують їх.

8. Вплив стану поверхні

Стан поверхневого шару деталі, яка знаходиться під дією циклічних навантажень, може суттєво вплинути на значення границі її витривалості.

Це пояснюється наступними факторами:

- поверхневий шар деталі знаходиться в особливих енергетичних умовах. Атоми на його поверхні мають односторонній зв'язок з основним масивом деталі, внаслідок чого їх стан є нерівнозваженим. Вони мають збільшену енергію і активно сприяють процесам окислення та адсорбції, що значно погіршує стан поверхні.

- у поверхневому шарі проявляються значно сильніше ніж у масиві деталі наслідки механічної, термічної, хімічної та інших видів обробки, що використовуються в процесі виготовлення деталі.
- через поверхню деталі в процесі експлуатації здійснюється контакт з агресивною зовнішньою середою або з іншими деталями, в результаті чого поверхневий шар піддається корозії, зношенню, контактному пластичному деформуванню.

Якісні показники поверхневого шару деталі залежать від чистоти механічної обробки, фізичного стану поверхневого шару, а також від його напруженого стану і залишкових напружень, які виникають в процесі виготовлення деталі.

Поверхня деталі майже завжди має дефекти, спричинені її механічною обробкою. На рис. 24 показана профілограма поверхні деталі (з багаторазовим збільшенням), після її чорнового оточення на токарному верстаті.

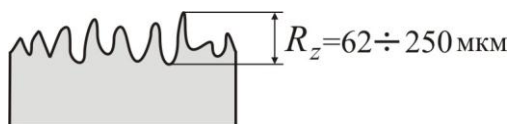


Рисунок 24 – Профілограма поверхні деталі

Висота нерівностей профілю R_z зменшується зі зростанням чистоти обробки. Наприклад, для дзеркального полірування наближається до нульових позначок ($R_z = 0,044 \div 0,4$ мкм).

Кожна впадина профілограми поверхні в поєднанні з дефектами структури матеріалу може бути ініціатором початкової мікротріщини при появі розтягуючих або дотичних напружень певного рівня. Особлива небезпека з'являється у разі згинання і кручення деталі, бо максимальні напруження діють саме в її поверхневому шарі.

Факт появи і подальшого розвитку тріщин з поверхні деталі підтверджується багатьма експериментами.

Фізичний стан поверхневого шару деталі формується під дією пружнопластичної деформації і місцевого нагрівання, які виникають в зоні різання або шліфування. Він залежить також і від подальших теплових, механічних, хімічних та інших видів фінішних обробок.

Процеси первинної обробки (різання, шліфування) пов'язані з пластичним деформуванням поверхневого шару, яке супроводжується значним виділенням тепла. В результаті такої обробки поверхневий шар має деформаційне зміцнення (наклеп). Механічні характеристики поверхневого шару значно відрізняються від аналогічних характеристик внутрішнього об'єму метала. У деформованому поверхневому шарі, як правило, зростають характеристики опору деформуванню і руйнуванню – границі пружності, текучості, міцності, підвищується твердість. Водночас, знижуються характеристики пластичності – відносне подовження і звуження, тобто зростає крихкість матеріалу. Змінюються також і фізичні властивості поверхневого шару – збільшується електричний опір та залишковий магнетизм.

Здатність опору змінним навантаженням у поверхневому шарі визначається залишковими напруженнями, які виникають внаслідок механічної, термічної і хімічної обробки деталі. Система залишкових напружень в об'ємі деталі є рівнозваженою. Тому при їх дослідженні важно знати не тільки їх значення, а і характер розподілу по глибині деталі. Особливе значення має знак залишкових напружень: розтягують вони поверхневий рельєф деталі чи стискають.

З метою поліпшення характеристик опору втомленості матеріалу треба забезпечити у поверхневому шарі залишкові напруження стиску. Однак, в залежності від видів та режимів обробки, можна отримати у поверхневому шарі деталі залишкові напруження різних знаків, інтенсивності і глибини.

Наприклад, при обробці деталі точінням, в залежності від подачі різця S (при постійній глибині і швидкості різання) розподіл залишкових осьових напружень σ по глибині деталі h наведено на рис. 25.

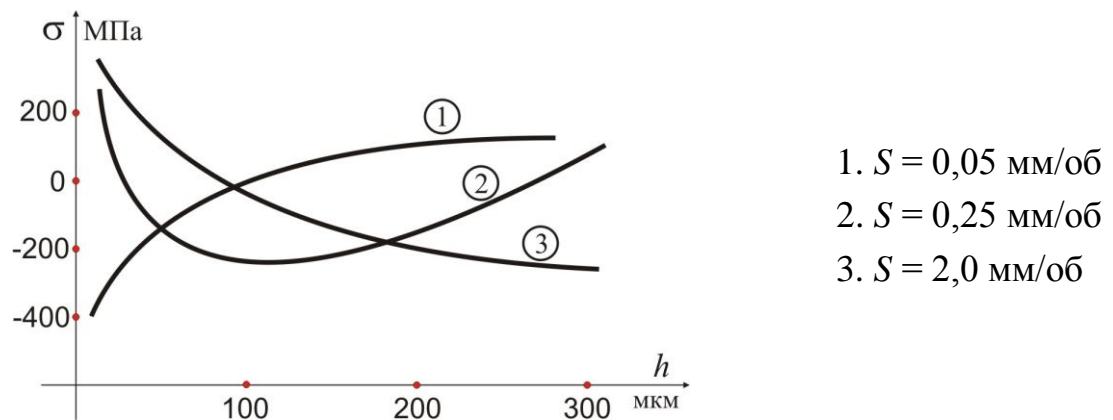


Рисунок 25 – Розподіл залишкових осьових напружень по глибині деталі

Як видно з рис. 25, в залежності від режиму обробки, на поверхні деталі можуть діяти значні залишкові напруження розтягу та стиску, які зменшуються і змінюють знак віддаляючись від поверхні, згідно з умовами рівнозваженості.

Механізм виникнення залишкових напружень є достатньо складним. Він пов'язан з двома основними факторами: пластичною деформацією від тиску обробного інструмента на деталь та рівнем температури і її градієнтом в об'ємі деталі.

Пластична деформація поверхні деталі призводить до зменшення щільності металу або (що теж саме) до зростання його питомого об'єму. Пластично деформований шар метала не має можливості вільного розширення в об'ємі (цьому заважає недеформований метал деталі), тому у поверхневому шарі деталі з'являються напруження стиску, а у внутрішній частині – розтягу.

Нагрівання поверхневого шару металу при його механічній обробці веде до появи температурних напружень. В залежності від рівня температури метал може знаходитись або в пружному, або в пластичному стані. Граничну температуру переходу t_n з одного стану в інший можна орієнтовно прийняти 450°C для вуглецевих сталей і 550°C для легірованих. Якщо температура поверхневого шару менша ніж t_n , то температурні напруження є тимчасовими і зникають при охолодженні деталі. У разі перевищення температурою позначки t_n , при охолодженні поверхневого шару (який втрачає температуру швидше, ніж внутрішній об'єм деталі), з'являється опір його скороченню з боку внутрішніх шарів деталі. Це призводить до виникнення залишкових напружень розтягання у поверхневому шарі і, відповідно, стискаючих напружень в більш віддалених від поверхні шарах матеріалу.

Оскільки обидва фактори діють одночасно, знак залишкових напружень залежить від їх співвідношення. Так при збільшенні подачі різця S (див. рис.25), температура в зоні різання швидко зростає і залишкові напруження на поверхні деталі із стискаючих (крива 1) перетворюються у напруження розтягу (крива 3).

Щоб уникнути залишкових розтягуючих напружень проводять додаткові обробки поверхні для її зміцнення, такі як обкатка роликami, обдувка дріб'ю, поверхнева закалка, азотування та цементація. Результати іспитів додатково оброблених деталей свідчать, що границя витривалості у цьому разі зростає значно більше, ніж при пластичному деформуванні, яке має місце при первинній механічній обробці деталі. Ефект зміцнення поверхні зростає, якщо деталь має будь-який технологічний концентратор напружень.

Вплив стану поверхні деталі на витривалість оцінюється за допомогою коефіцієнта шорхості, який є відношенням границі витривалості σ_{-1} зразка з визначеною обробкою поверхні до границі витривалості $\sigma_{-1п}$ еталонного зразка, поверхня якого дзеркально відполірована:

$$K_F = \frac{\sigma_{-1}}{\sigma_{-1п}} \leq 1. \quad (38)$$

Відповідність технологічної обробки поверхні деталі та величин шорхості поверхні (R_z) наведені в таблиці 11 додатку 8. Залежність коефіцієнтів K_F від межі міцності σ_B при різних видах обробки R_z подана графіком того ж додатку.

Як свідчать дані додатку 8, границя витривалості при чорновому обточуванні зменшується порівняно з еталонною обробкою майже на 40 відсотків. Для високоміцних легірованих сталей цей ефект ще більш помітний. Тому, для деталей, виготовлених з якісної сталі, треба призначати кращу чистоту обробки поверхні.

9. Вплив додаткових факторів

Коефіцієнт впливу зміцнення поверхні K_v – це відношення границі витривалості $\sigma_{-1зм}$ зразка зі зміцненням поверхні до границі витривалості σ_{-1} зразка без зміцнення:

$$K_v = \frac{\sigma_{-13M}}{\sigma_{-1}} \geq 1. \quad (39)$$

У разі, якщо додаткова обробка поверхні для її зміцнення не застосовувалась, коефіцієнт зміцнення поверхні $K_v = 1$. Орієнтовні мінімальні значення коефіцієнту K_v для деяких видів зміцнення поверхні наведені в таблиці Д 9.1 додатку 9.

Одним з найбільш суттєвих факторів впливу є корозія. Зниження границі витривалості при наявності корозії виражене тим більше, чим вища границя міцності металу σ_b і чим більше метал є схильним до корозії. Причиною цього є корозійне пошкодження поверхні, яке спричиняє значну додаткову концентрацію напружень у впадинах мікрорельєфу поверхні, що веде до появи мікротріщини від втомленості. Для захисту від корозії найчастіше на поверхню металу наносять різні гальванічні покриття. Але, як свідчать досліди, це призводить до виникнення розтягуючих напружень у поверхневому шарі деталі. Ефективними методами боротьби з корозією є хімічні і хіміко – термічні методи зміцнення поверхневого шару деталі.

На границю витривалості також впливають паузи (перерви в навантаженні). Як показують експерименти, кількість циклів до руйнування збільшується пропорційно частоті пауз і їх довжині.

Опір втомленості значно підвищується внаслідок «тренування матеріалу». В процесі «тренування» до зразка або деталі на початку прикладають напруження дещо нижчі границі витривалості і потім їх поступово підвищують. Зміцнення можна досягти також при відносно короткочасних тренуваннях (до 50000 циклів), але значних перевантаженнях. Ступінь перевантаження в процесі тренування також поступово збільшують. Це явище широко використовується в техніці.

Значний вплив на границю витривалості має температура середовища, у якій працює зразок або деталь. З підвищенням температури границя витривалості, як правило, зменшується, а зі зниженням зростає.

10. Коефіцієнт зниження границі витривалості

Експериментально встановлено [1], що вплив концентрації напружень, абсолютних розмірів деталі, стану її поверхні деталі та обробки, що її зміцнює можна урахувати за допомогою одного загального коефіцієнта $(K_\sigma)_D$, $(K_\tau)_D$ для нормальних та дотичних напружень відповідно.

$$(K_\sigma)_D = \left(\frac{K_\sigma}{K_d} + \frac{1}{K_F} - 1 \right) \frac{1}{K_v}; \quad (40)$$

$$(K_\tau)_D = \left(\frac{K_\tau}{K_d} + \frac{1}{K_F} - 1 \right) \frac{1}{K_v}. \quad (41)$$

Експерименти свідчать також, що відношення граничних амплітуд напружень σ_a стандартного гладкого зразка та реальної деталі залишається незмінним, незалежно від середнього напруження циклу σ_m . Тобто, сумарні коефіцієнти зниження границі витривалості (40), (41) впливають лише на амплітудну складову циклу.

Порівняно зі стандартним зразком, простір безпечних напружень втомленості $OABC$ (див. рис. 16) для реальної деталі звужується пропорційно амплітудній складовій циклу в $(K_\sigma)_D$ або $(K_\tau)_D$ разів і становить OA_1B_1C (рис. 26)

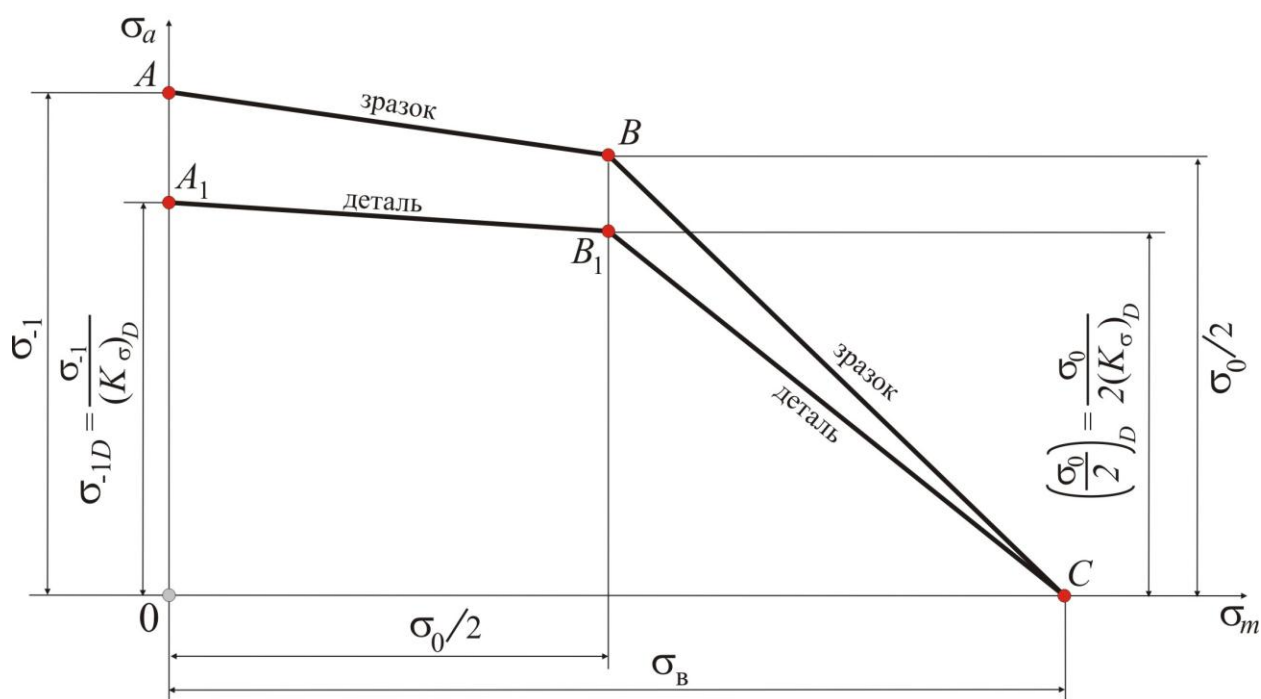


Рисунок 26 – Діаграма граничних напружень для деталі

З урахуванням знижуючого коефіцієнту $(K_\sigma)_D$ рівняння прямої A_1B_1 знакозмінних циклів $(-1 \leq R \leq 0, \sigma_a > \sigma_m)$ набуває вигляду:

$$(K_\sigma)_D \sigma_a + \psi_\sigma \sigma_m = \sigma_{-1}. \quad (42)$$

Відповідно рівняння прямої B_1C знакопостійних циклів $(0 \leq R \leq 1, \sigma_m > \sigma_a)$ стає:

$$(K_\sigma)_D \sigma_a \xi_\sigma + \sigma_m = \sigma_B. \quad (43)$$

Координати точки A_1 з рівняння (42) становлять:

$$\sigma_m = 0, \quad \sigma_a = \frac{\sigma_{-1}}{(K_\sigma)_D}. \quad (44)$$

З рівнянь прямих втомленості деталі (42) та (43) можна знайти координати точки їх перетину B_1 :

$$\sigma_m = \frac{\sigma_0}{2} ; \quad \sigma_a = \frac{\sigma_0}{2(K_\sigma)_D}. \quad (45)$$

Аналогічно будується простір безпечних дотичних напружень втомленості для деталі. Границі витривалості пульсуючого циклу σ_0 для нормальних напружень та τ_0 для дотичних напружень, визначаються формулами (20) та (21) відповідно.

Коефіцієнти ψ_σ і ψ_τ є механічними характеристиками матеріалу, а ξ_σ, ξ_τ визначаються з формул (22) та (23).

Явище текучості однаково притаманне і стандартному зразку, і реальній деталі. Тому лінія текучості для деталі DT (див. рис. 17) не змінює свого рівняння (24) і будується тотожно до зразка.

Як зазначалось вище, в залежності від характеристик циклу і властивостей матеріалу деталі, лінія текучості DT може займати дещо різні положення в просторі безпечних напружень втомленості OA_1B_1C . Якщо $\sigma_0 > \sigma_T$ (рис. 27а) точка перетину T лінії текучості і втомленості знаходиться лівіше від точки B_1 .

У такому випадку простір безпечних напружень в сенсі втомленості і текучості знаходиться між точками OA_1TD .

У разі , якщо $\sigma_0 < \sigma_T$ (рис. 27б) простір безпечних напружень деталі обмежується точками OA_1B_1TD .

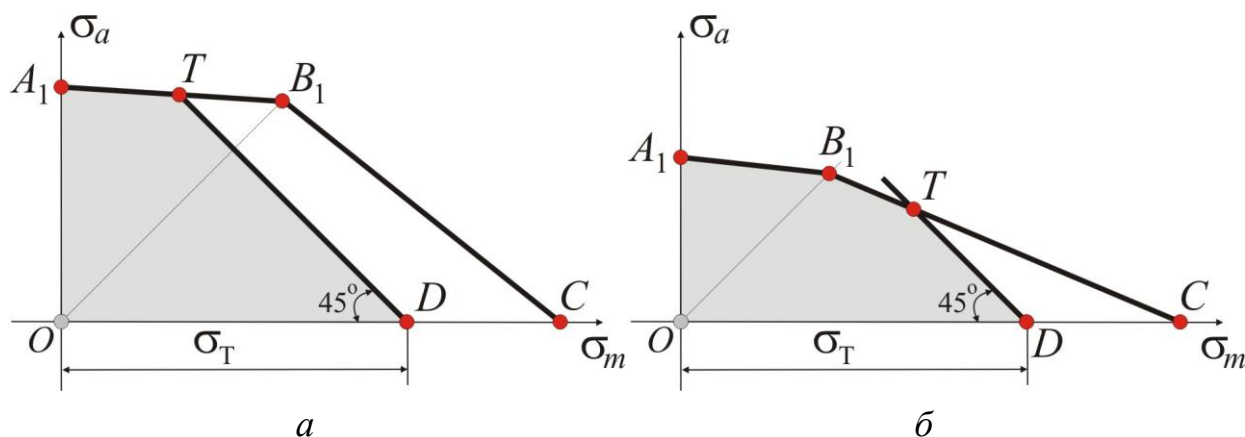


Рисунок 27 – Простір безпечних напружень деталі

11. Розрахунки на міцність при циклічних навантаженнях

Розрахунки на міцність при дії повторно – змінних напружень проводяться у декілька етапів. Спочатку, з використанням розрахункових формул опору матеріалів, визначаються попередні розміри і форма деталі, які задовольняють умовам міцності при статичному навантаженні з прийнятим коефіцієнтом запасу $[n]$. На другому етапі виконується перевірочний розрахунок з врахуванням додаткових факторів, що впливають на міцність при втомленості. До них належать наявність концентраторів напружень, вплив абсолютних розмірів деталі, стан її поверхні, застосування зміцнюючої обробки, тощо.

Одержаний з такого розрахунку запас міцності n є орієнтиром для продовження проектувальних досліджень. Якщо одержаний з перевірочного розрахунку запас міцності $n < [n]$, треба збільшувати розміри перерізів деталі, або використати для її виготовлення інший, більш міцний матеріал, чи застосувати методи поверхневого зміцнення. У випадках, коли запас міцності n набагато перевищує допустиме значення $[n]$, можна навпаки зменшити розміри деталі.

Безпосереднє встановлення остаточних розмірів перерізів деталі у початковому проектувальному розрахунку є практично неможливим, бо границя витривалості деталі залежить від конструктивно – технологічних параметрів і розмірів деталі. В свою чергу, перелічені параметри повністю з'ясовуються тільки після визначення остаточної конфігурації деталі.

Тому, в розрахунках на втомленість використовують наступну умову міцності:

$$n = \frac{\sigma_{\text{неб}}}{\sigma_{\text{max}}} \geq [n]. \quad (46)$$

У наведеному співвідношенні (46) $\sigma_{\text{неб}}$ є небезпечним напруженням, яке викликає порушення нормальної експлуатації деталі внаслідок її

руйнування або розвитку значних пластичних деформацій. Небезпечним напруженням у розрахунках на витривалість є границя витривалості σ_R або ж границя текучості σ_T .

Для визначення коефіцієнтів запасу міцності деталі з витривалості та текучості звернемося до лінеаризованої діаграми граничних напружень (рис. 27а,б). Будемо вважати, що умови навантаження є простими і регулярними. Перше припущення означає, що амплітудні σ_a і середні σ_m напруження змінюються суто пропорційно у разі зростання чи зменшення зовнішнього навантаження. Регулярність забезпечує незмінність у часі тих самих компонент напруження при постійно діючих зовнішніх силах.

Напружений стан довільного перерізу можна зобразити у просторі лінеаризованої діаграми граничних напружень деталі точкою N , відклавши вздовж відповідних осей компоненти σ_a та σ_m (або τ_a та τ_m) (рис. 28а,б).

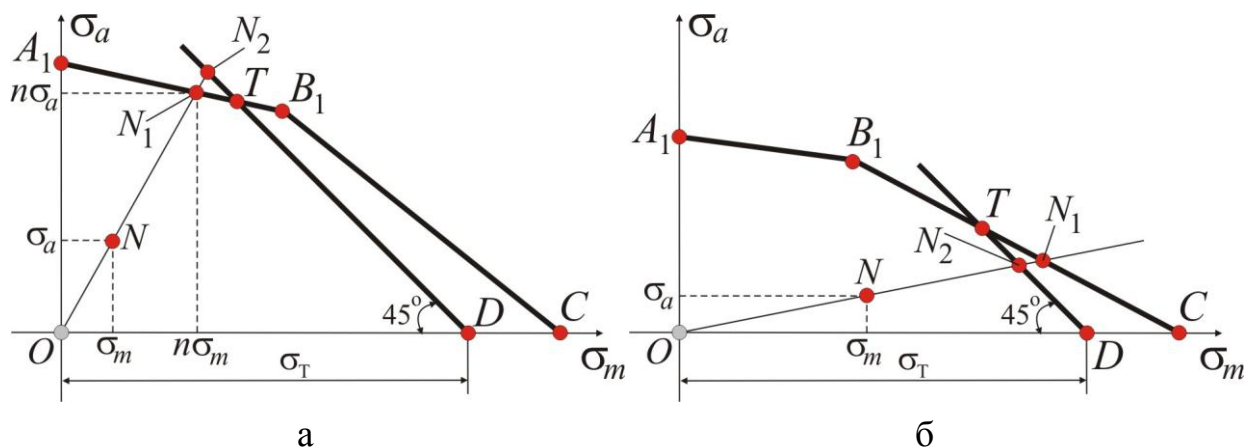


Рисунок 28 – Графічне визначення коефіцієнтів запасу міцності деталі

Якщо точка N опиняється у просторі безпечних напружень (див. рис. 27а,б), то даний переріз має певний запас міцності у сенсі витривалості і текучості. У разі одновісного напруженого стану, при пропорційному зростанні напружень σ_a та σ_m (або τ_a та τ_m) критичні напруження досягаються у точках N_1 та N_2 . Ці точки визначаються перетином променів навантаження (ON_1, ON_2) з відповідними

граничними прямими. Так точка N_1 є критичною для втомленості, а точка N_2 – для текучості (рис. 28а,б).

Таким чином, відповідні коефіцієнти запасу можна визначити як співвідношення відрізків:

$$\begin{aligned} \blacksquare \text{ з втомленості } n_y &= \frac{ON_1}{ON}, \\ \blacksquare \text{ з текучості } n_t &= \frac{ON_2}{ON}. \end{aligned} \quad (47)$$

Значення цих коефіцієнтів легко підраховуються і аналітично. Наприклад, критична точка N_2 може бути досягнута, якщо збільшити компоненти напружень σ_a та σ_m у $(n_t)_\sigma$ разів. Тоді, з рівняння лінії текучості (24) випливає:

$$\begin{aligned} (n_t)_\sigma \sigma_a + (n_t)_\sigma \sigma_m &= \sigma_T; \\ (n_t)_\sigma &= \frac{\sigma_T}{\sigma_a + \sigma_m} = \frac{\sigma_T}{\sigma_{\max}}. \end{aligned} \quad (48)$$

При визначенні запасів по втомленості орієнтуються на значення коефіцієнту асиметрії циклу R .

Для знакозмінних циклів $(-1 \leq R \leq 0)$ критична точка N_1 розташовується на прямій A_1B_1 , тому при збільшенні напружень σ_a та σ_m у $(n_y)_\sigma$ разів з її рівняння (42) отримуємо:

$$\begin{aligned} (K_\sigma)_D (n_y)_\sigma \sigma_a + \psi_\sigma (n_y)_\sigma \sigma_m &= \sigma_{-1}; \\ (n_y)_\sigma &= \frac{\sigma_{-1}}{(K_\sigma)_D \sigma_a + \psi_\sigma \sigma_m}. \end{aligned} \quad (49)$$

У разі знакопостійних циклів $(0 \leq R \leq 1)$ точку N_1 слід шукати на прямій B_1C . З її рівняння (43) випливає:

$$(K_{\sigma})_D (n_y)_{\sigma} \sigma_a \xi_{\sigma} + (n_y)_{\sigma} \sigma_m = \sigma_B; \quad (50)$$

$$(n_y)_{\sigma} = \frac{\sigma_B}{(K_{\sigma})_D \sigma_a \xi_{\sigma} + \sigma_m}.$$

Коефіцієнти запасу (48), (49), (50) визначаються аналогічно і для іншого одновісного напруженого стану, де діють лише дотичні напруження.

Тому

$$(n_{\tau})_{\tau} = \frac{\tau_{\tau}}{\tau_a + \tau_m} = \frac{\tau_{\tau}}{\tau_{\max}}. \quad (51)$$

Для знакозмінних циклів $(-1 \leq R \leq 0)$

$$(n_y)_{\tau} = \frac{\tau_{-1}}{(K_{\tau})_D \tau_a + \psi_{\tau} \tau_m}, \quad (52)$$

а для знакопостійних циклів $(0 \leq R \leq 1)$

$$(n_y)_{\tau} = \frac{\tau_{\sigma}}{(K_{\tau})_D \tau_a \xi_{\tau} + \tau_m}. \quad (53)$$

Найменший з коефіцієнтів запасу $n = \min \{(n_{\tau})_{\sigma}, (n_y)_{\sigma}\}$ або $n = \min \{(n_{\tau})_{\tau}, (n_y)_{\tau}\}$ накладає граничні обмеження на зростання зовнішніх зусиль і є спільним (остаточним) коефіцієнтом запасу перерізу. Знайдений таким чином коефіцієнт запасу міцності порівнюють з допустимим запасом $[n]$.

Якщо напружений стан деталі є складним (присутні одночасно і нормальні σ , і дотичні τ напруження), для розрахунку міцності деталі залучають теорію граничних напружених станів (теорію, гіпотезу міцності).

Існують численні спроби створення гіпотез міцності при втомленості для складного напруженого стану. Усі вони, головним чином, зводяться до

узагальнення відомих теорій граничних напружених станів на випадок повторно - змінних напружень.

Так, наприклад, для крихких матеріалів найліпші результати дає гіпотеза максимальних нормальних напружень (I гіпотеза міцності) [6], для пластичних – теорія максимальних дотичних напружень (III гіпотеза міцності), яка практично співпадає з результатами, отриманими з теорії питомої енергії формозмінення (IV гіпотеза міцності).

Напружений стан валу, при сумісній дії згинання та кручення є плоским напруженим станом (рис. 29), у якому нормальні та дотичні напруження синфазні.

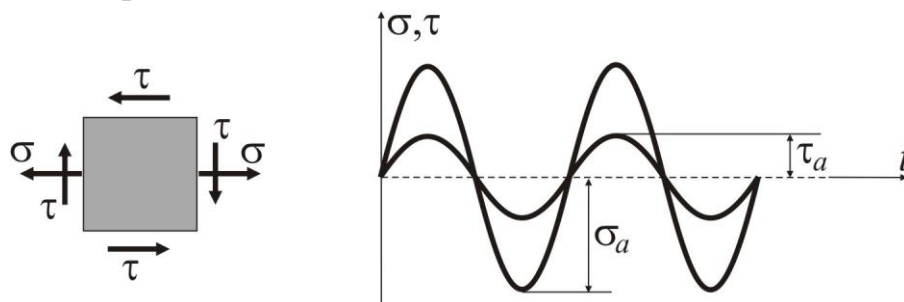


Рисунок 29 – Напружений стан точок валу

Якщо критичними напруженнями втомленості вважати границі витривалості для нормальних σ_{-1} і дотичних τ_{-1} напружень, простір безпечних напружень знаходиться всередині граничного еліпсу (рис. 30), рівняння якого має форму:

$$\left(\frac{\sigma_a}{\sigma_{-1}} \right)^2 + \left(\frac{\tau_a}{\tau_{-1}} \right)^2 = 1. \quad (54)$$

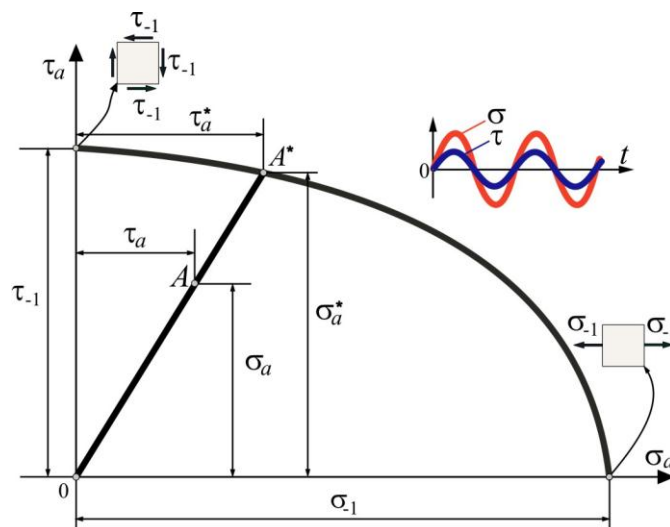


Рисунок 30 – Граничний еліпс напружень

Припустимо, що напружений стан перерізу відображається точкою $A (\sigma_a, \tau_a)$. При подальшому пропорційному збільшенні компонент τ_a та σ_a , критичний стан буде досягнуто у точці $A^* (\sigma_a^*, \tau_a^*)$. Тож під коефіцієнтом запасу міцності n_R будемо розуміти відношення:

$$n_R = \frac{OA^*}{OA}. \quad (55)$$

У граничному випадку відповідні напруження дорівнюють

$$\sigma_a^* = n_R \sigma_a; \quad \tau_a^* = n_R \tau_a,$$

а рівняння (54) набуває вигляду:

$$\left(\frac{n_R \sigma_a}{\sigma_{-1}} \right)^2 + \left(\frac{n_R \tau_a}{\tau_{-1}} \right)^2 = 1. \quad (56)$$

Введемо поняття часткових коефіцієнтів запасу міцності:

$n_\sigma = \frac{\sigma_{-1}}{\sigma_a}$ – коефіцієнт запасу міцності в припущенні, що дотичні

напруження є відсутніми; $n_\tau = \frac{\tau_{-1}}{\tau_a}$ – коефіцієнт запасу міцності в

припущенні, що нормальні напруження є відсутніми. З урахуванням часткових коефіцієнтів запасу міцності рівняння (56) після перетворень набуває вигляд відомого рівняння Гафа – Полларда:

$$\frac{1}{n_\sigma^2} + \frac{1}{n_\tau^2} = \frac{1}{n_R^2}. \quad (57)$$

Таким чином, сумарний коефіцієнт запасу n_R при плоскому напруженому стані (рис.32) можна обчислити через часткові коефіцієнти запасів при згинанні n_σ і крученні n_τ з рівняння Гафа – Полларда за втомленістю n_y і текучістю n_T :

$$n_y = \frac{(n_y)_\sigma (n_y)_\tau}{\sqrt{(n_y)_\sigma^2 + (n_y)_\tau^2}}, \quad n_T = \frac{(n_T)_\sigma (n_T)_\tau}{\sqrt{(n_T)_\sigma^2 + (n_T)_\tau^2}}. \quad (58)$$

В якості коефіцієнту запасу міцності деталі обирають менше з цих двох значень: $n = \min \{n_y, n_T\}$.

Часткові коефіцієнти запасу міцності обчислюються за формулами (48) – (53).

Наведені розрахункові формули є придатними не тільки у випадку синфазної симетричної зміни нормального та дотичного напружень, але і при асиметричних несинфазних циклах.

Як вже відмічалось, при дії змінних напружень розрахунок на міцність проводиться як перевірочний, тому що неможливо попередньо визначити ефективні коефіцієнти концентрації, коефіцієнти впливу абсолютних розмірів деталі. В практиці проектування спочатку визначають розміри деталі з статичного розрахунку на міцність без урахування факторів, що знижують міцність при втомленості. Зрозуміло, що реальні напруження в деталі будуть вище за напруження у попередньому розрахунку. Компенсують невраховані фактори традиційним введенням завищеного допустимого коефіцієнта запасу міцності при попередньому статичному розрахунку. Наприклад, при орієнтовному розрахунку вала зубчастої передачі допустимий запас міцності приймається $3 \div 4$.

Ми розглянули основні питання міцності при втомленості при регулярних циклах зміни напружень у часі, тобто за умов постійності середнього σ_m і амплітудного σ_a напружень циклу. Так працюють силові елементи машинобудівних конструкцій, пружні підвіски транспортних засобів, тощо. Але існують конструкції, у яких напруження змінюються у часі досить складним чином. У найпростіших випадках вдається

зафіксувати деякі залежності в змінах напружень і навіть описати їх аналітично. Але в більшості випадків закони зміни напружень у часі можна визначити тільки експериментально за результатами стендових або натурних випробувань. Техніка реалізації таких випробувань, що полягає у створенні необхідної гами навантажень, реєстрація пошкоджень від втомленості та подальший аналіз, наразі є самостійним та широко розвинутим напрямком міцності при втомленості.

Наприкінці двадцятого сторіччя були закладені підґрунтя нової науки – трибофатики, в якій об'єднались задачі зносу, тертя та втомленості для сучасних машин. Силові системи таких машин працюють в умовах контактної взаємодії елементів, і одночасно передають робоче циклічне навантаження. В таких системах з'являються пошкодження, які є характерними для процесів зносу та втомленості. Ці системи і процеси накопичення пошкоджень і вивчає трибофатика, яка з'явилась на границі механіки руйнування від втомленості та трибології. Останнім часом важливого значення набувають проблемні задачі оцінки ресурсу довговічності та діагностики машинобудівельних конструкцій, що експлуатуються. Розв'язання такого роду задач вимагає залучення теорії надійності.

Ці питання, в тому числі пов'язані з натурними випробуваннями, виходять за рамки курсу опору матеріалів і розглядаються в спеціальних курсах міцності конструкцій.

Розрахунково–проектувальне завдання

При вивченні розділу «Опір втомленості» в курсі опору матеріалів ставиться мета навчити студентів основам інженерного розрахунку елементів конструкцій машин і механізмів на міцність при діях навантажень, змінних у часі. Розрахунок конструкцій при таких навантаженнях потребує врахування ряду додаткових специфічних факторів, притаманних явищу втоми матеріалів.

Для кращої організації і більш ефективної самостійної роботи студентів, згідно з вимогами програми курсу «Опір матеріалів» студентам пропонується до виконання розрахунково – проектувальне завдання (РПЗ) за темою «Розрахунки на опір втомленості». Виконуючи цю роботу, студент практично знайомиться з існуванням явища концентрації напружень в містах зміни геометрії деталі, з оцінкою впливу абсолютних розмірів деталі, стану її поверхні, іншими технологічними факторами, що впливають на рівень напруженого стану деталі.

Набуті знання дозволяють студенту провести перевірочний розрахунок деталі, працюючої в умовах змінних навантажень, визначити коефіцієнти запасу її міцності і сформулювати рекомендації щодо підвищення цих коефіцієнтів.

Склад розрахунково–проектувального завдання

Розрахунково – проектувальне завдання складається з двох етапів:

1. Рішення запропонованих викладачем задач для певних варіантів розрахункових схем і вихідних даних, оформлення їх за вимогами кафедри опору матеріалів.
2. Захист РПЗ, який включає в себе пояснення методів і принципів розв'язання задачі і відповідь на контрольні теоретичні запитання. Кількість та об'єм цих запитань визначається викладачем індивідуально для кожного студента.

Мета роботи – визначення коефіцієнтів запасу міцності з втомленості і текучості у небезпечних перерізах деталі. Встановлення загального коефіцієнту запасу для деталі в цілому.

Вихідні дані до вирішення задачі:

1. Розрахункова схема заданої деталі з вказівкою її розмірів, розташуванням технологічних особливостей, таких як галтелі, виточки, отвори, тощо.
2. Зовнішнє навантаження у вигляді змінних у часі зосереджених зусиль з їх максимальними F_{\max} та мінімальними F_{\min} значеннями.
3. Властивості матеріалу деталі, які включають для нормальних σ та дотичних τ напружень відповідно:
 - границі міцності матеріалу σ_B, τ_B ;
 - границі текучості матеріалу σ_T, τ_T ;
 - границі витривалості симетричного циклу σ_{-1}, τ_{-1} ;
 - коефіцієнти чутливості матеріалу до асиметрії циклу ψ_σ, ψ_τ .
4. Вид обробки поверхні деталі.
5. Технологію, що зміцнює поверхню обробленої деталі.

Порядок виконання завдання

1. Виписати для заданого варіанту вихідні дані. В певному масштабі накреслити схему заданого валу з зазначенням лінійних розмірів і технологічних особливостей

2. Поряд із зображенням валу, у прийнятому масштабі, накреслити схему розташування зубчастих коліс з прикладеними до них зовнішніми зусиллями F_{\max} .

3 Привести зовнішні зусилля до осі валу і розкласти складне навантаження до комбінації простих видів деформування: згинання у площині YOZ та кручення (площина XOY). Якщо зусилля задано від'ємним, змінити напрям його дії на протилежний.

4. Побудувати епюри згинальних і крутних моментів по довжині валу.

Пункти 2 – 4 виконати ще раз, при умові дії зусиль F_{\min} .

Визначити два або три (за вимогами викладача) небезпечні перерізи валу, які підлягають розрахунку на міцність і опір втомленості. **Вважати небезпечними усі перерізи, де розташовані концентратори напружень, а також перерізи гладкого валу з максимальними значеннями**

згинальних та крутних моментів. У разі існування кількох перерізів гладкого валу з однаковими моментами і геометричними характеристиками, найбільш небезпечним вважається переріз, де амплітудна складова напружень є найбільшою.

Для кожного з визначених перерізів виконати:

5. Зобразити графіки зміни згинальних і крутних моментів у часі. Вважати, що за період, зміни відбуваються, наприклад, за законом косинуса

$$M = M_m + M_a \cos \omega t.$$

Із графіків згинальних і крутних моментів визначити їх максимальні M_{\max} , мінімальні M_{\min} , середні M_m та амплітудні M_a значення.

У разі, якщо середнє значення моменту виявиться від'ємним ($M_m < 0$), дзеркально відобразити графік моменту відносно осі часу, так щоб M_m став додатним.

6. Підрахувати моменти опору валу $W_{\text{и}} = W_x$ та $W_{\text{к}} = W_p$ в розрахункових перерізах. Якщо у заданому перерізі розташовані концентратори напружень у вигляді галтелі або проточки, моменти опору визначити по найменшим діаметрам валу. У разі складної геометрії перерізу, наприклад при наявності отвору, моменти опору можна підрахувати по відповідним формулам, або з використанням коефіцієнтів корекції, наведених в таблиці Д 10.1 додатку 10.

7. Визначити в заданих небезпечних перерізах компоненти нормальних ($\sigma_{\max}, \sigma_{\min}, \sigma_a, \sigma_m$) та дотичних напружень ($\tau_{\max}, \tau_{\min}, \tau_a, \tau_m$). Підрахувати коефіцієнти асиметрії циклів R_σ, R_τ .

8. За допомогою графіків з додатків 3 – 9 знайти коефіцієнти:

- концентрації напружень K_σ, K_τ ;
- впливу абсолютних розмірів деталі K_d ;
- якості обробки поверхні K_F ;
- зміцнення поверхні K_v (якщо застосовується додаткова обробка поверхні).

9. Підрахувати для кожного перерізу деталі коефіцієнти зниження границі витривалості $(K_{\sigma})_D, (K_{\tau})_D$ по формулам (40), (41).

10. В залежності від коефіцієнтів асиметрії циклів R , визначити згідно з формулами (49), (52) або (50), (53) часткові коефіцієнти запасу з витривалості $(n_y)_{\sigma}, (n_y)_{\tau}$. (Для знакопостійних циклів підрахувати константи матеріалу ξ_{σ}, ξ_{τ} за формулами (22) та (23) відповідно.)

11. Підрахувати коефіцієнти запасу з текучості $(n_t)_{\sigma}, (n_t)_{\tau}$ за формулами (48) та (51) відповідно.

12. Визначити сумарні коефіцієнти запасу з витривалості та текучості, згідно з рівняннями (58).

13. Зробити графічну перевірку отриманих результатів.

Для цього:

- на міліметровому папері побудувати схематизовані діаграми граничних напружень витривалості (нормальних та дотичних) для стандартного образця та деталі (див. рис. 26). В масштабі діаграм нанести лінії текучості (див. рис. 27а,б).
- у просторі діаграм позначити напружений стан перерізів деталі точками N , з координатами (σ_m, σ_a) та (τ_m, τ_a) відповідно.
- провести проміні навантаження крізь точки N і початок координат, та знайти точки їх перетину N_1, N_2 з відповідними граничними прямими (див. рис. 28а,б).
- за формулами (47) визначити графічно отримані коефіцієнти запасу міцності з витривалості та текучості і порівняти їх з аналітичними результатами.

14. Зробити висновки з отриманих результатів. У разі, якщо отримані коефіцієнти запасу міцності деталі замалі (менш ніж одиниця), запропонувати способи покращення її роботи (заміна матеріалу, впровадження додаткової обробки поверхні, зміни технологічних розмірів деталі, що ведуть до зниження концентрації напружень). Якщо запаси міцності деталі з великі, надати рекомендації по зменшенню її геометричних параметрів, зміни матеріалу та ін.

Приклад розв'язання задачі

У якості приклада зробимо перевірочний розрахунок на витривалість та текучість вала, зображеного на рис. 31 а,б. У вхідних даних до задачі позначені геометричні розміри вала та зубчастих коліс, змінні у часі зусилля, механічні характеристики матеріалу, вид механічної обробки поверхні та додаткового поверхневого зміцнення (якщо воно присутнє).

1. Вхідні дані до задачі

Розмір колес, мм		Розміри вала, мм										Сили, кН			
D_1	D_2	ℓ_1	ℓ_2	ℓ_3	ℓ_4	d_1	d_2	d_3	d_4	r_2	r_3	F_1		F_2	
												max	min	max	min
37 5	150	10 0	20 0	40 0	20 0	45	40	40	5	2, 5	3	8	-8	20	4

2. Механічні характеристики матеріалу

Марка сталі	$\sigma_{\text{Б}}$,	$\sigma_{\text{Т}}$	σ_{-1}	ψ_{σ}	$\tau_{\text{Б}}$,	$\tau_{\text{Т}}$	τ_{-1}	ψ_{τ}
	МПа	МПа			МПа	МПа		
Сталь 20Х	780	600	350	0,12	450	320	190	0,06

3. Вид обробки поверхні – шліфування попереднє.

4. Додаткове поверхнєве зміцнення – азотування.

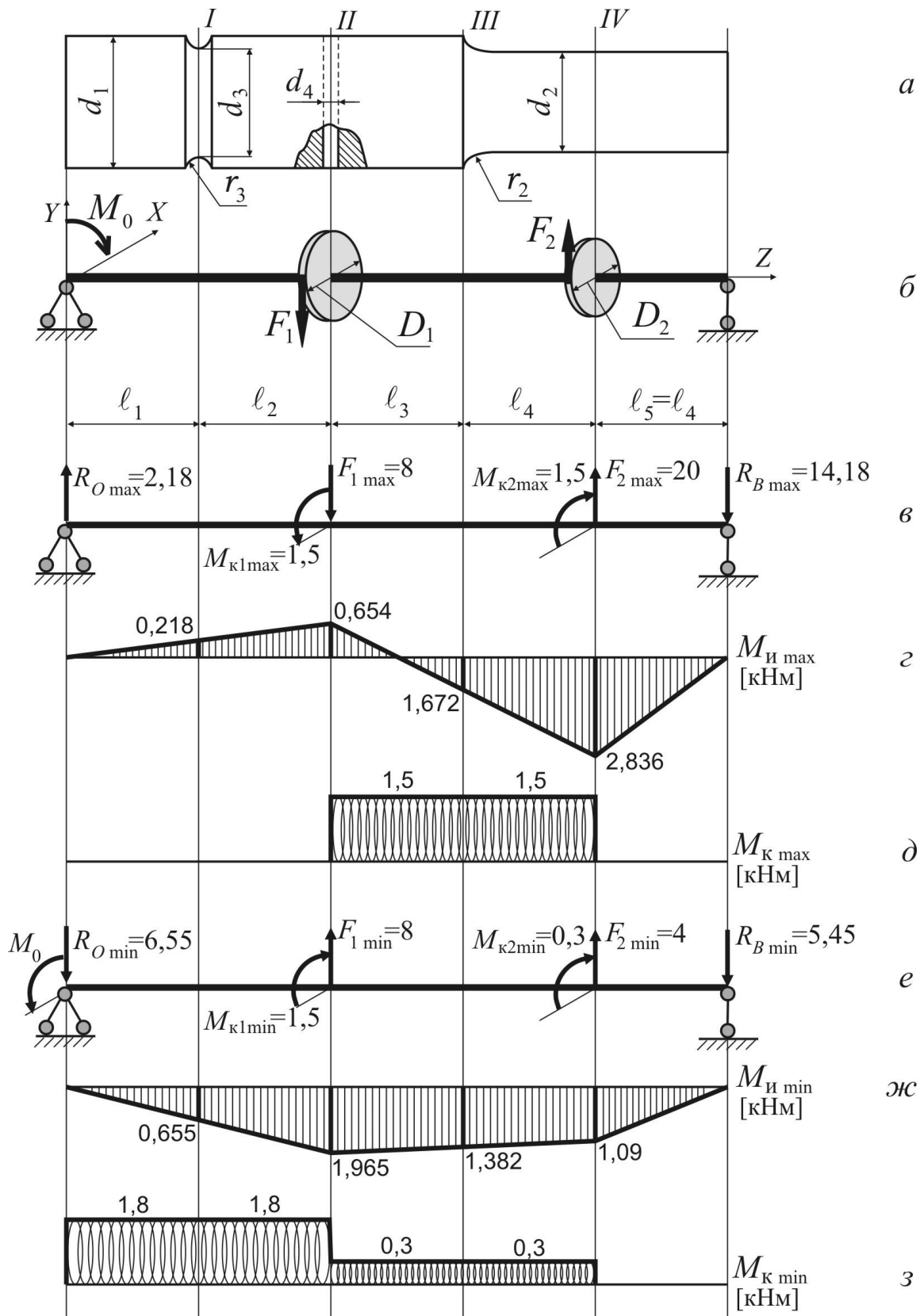


Рисунок 31 – Розрахунок вала при сумісній дії періодичного згинання та кручення

Прикладемо до зубчастих коліс зусилля $F_{1\max}$, та $F_{2\max}$, що діють у першому напівперіоді навантаження, і зробимо їх приведення до осі валу. У площині переносу YOX з'являються крутні моменти (рис. 31в).

$$M_{k1\max} = F_{1\max} \frac{D_1}{2}; \quad M_{k2\max} = F_{2\max} \frac{D_2}{2}.$$

З рівнянь рівноваги вала у площині згинання YOZ ($\sum M_O = 0, \sum M_B = 0$) знаходимо реакції опор $R_{B\max}$ та $R_{O\max}$ відповідно. З умов рівноваги вала у площині кручення YOX ($\sum M_k = 0$) визначаємо реактивний момент M_O .

Будуємо епюри згинальних і крутних моментів (рис. 31г,д) з додатковим визначенням моментів, що діють в перерізах з концентраторами напружень: кільцевої проточки (переріз I), поперечного отвору (переріз II), ступеневого переходу (переріз III). У перерізі IV на гладкому валу діють максимальні за абсолютною величиною згинальні моменти.

У другому напівперіоді зовнішні зусилля змінюються на $F_{1\min}$ та $F_{2\min}$. Розрахунок другого напівперіоду проводиться аналогічно. Схема валу до цього розрахунку і епюри згинальних та крутних моментів наведені на рис.31е,ж,з.

Перевіримо міцність вала у зазначених перерізах, згідно з п. 5 – 12 порядку виконання завдання.

Переріз I. Кільцева проточка

Згинальний та крутний моменти у перерізі:

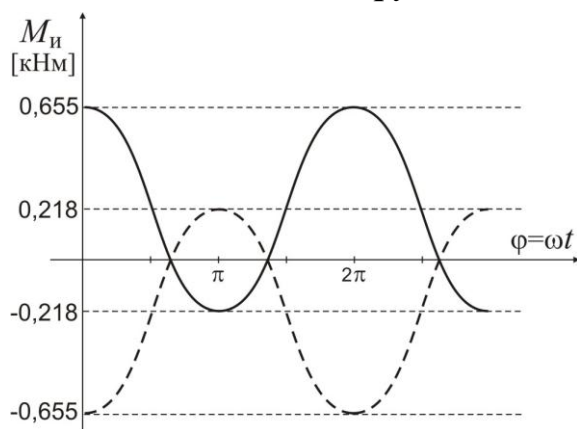


Рисунок 32 – Згинальний момент у перерізі I

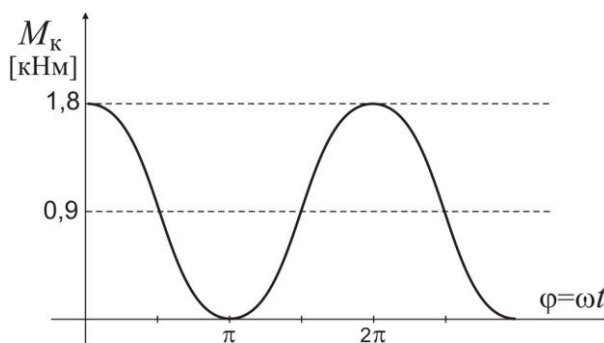


Рисунок 33 – Крутний момент у перерізі I

$$-0,655 \leq M_{\text{и}} \leq 0,218 \text{ кНм}; \quad 0 \leq M_{\text{к}} \leq 1,8 \text{ кНм}.$$

Середній згинальний момент $M_{\text{и м}}$ у даному перерізі є від'ємний (див. пунктирну криву на рис. 32), тому для проведення подальших розрахунків дзеркально відображаємо графік моменту відносно осі часу. Він зображений на рис.32 суцільною кривою.

Приймаємо

$$M_{\text{и max}} = 0,655 \text{ кНм}; \quad M_{\text{и min}} = -0,218 \text{ кНм};$$

$$M_{\text{и м}} = (M_{\text{и max}} + M_{\text{и min}}) / 2 = (0,655 - 0,218) / 2 \approx 0,219 \text{ кНм};$$

$$M_{\text{и а}} = (M_{\text{и max}} - M_{\text{и min}}) / 2 = (0,655 + 0,218) / 2 \approx 0,437 \text{ кНм}.$$

$$M_{\text{к max}} = 1,8 \text{ кНм}; \quad M_{\text{к min}} = 0;$$

$$M_{\text{к м}} = (M_{\text{к max}} + M_{\text{к min}}) / 2 = 1,8 / 2 = 0,9 \text{ кНм};$$

$$M_{\text{к а}} = (M_{\text{к max}} - M_{\text{к min}}) / 2 = 1,8 / 2 = 0,9 \text{ кНм}.$$

Моменти опору кільцевої проточки підраховуємо у перерізі з найменшим діаметром d_3 .

$$W_{\text{и}} = \frac{\pi d_3^3}{32} = 6,28 \text{ см}^3; \quad W_{\text{к}} = \frac{\pi d_3^3}{16} = 12,56 \text{ см}^3.$$

Нормальні напруження згинання

$$\sigma_{\text{max}} = \frac{M_{\text{и max}}}{W_{\text{и}}} = \frac{0,655 \cdot 10^3}{6,28 \cdot 10^{-6}} = 104,3 \text{ МПа};$$

$$\sigma_{\text{min}} = \frac{M_{\text{и min}}}{W_{\text{и}}} = -\frac{0,218 \cdot 10^3}{6,28 \cdot 10^{-6}} = -34,7 \text{ МПа};$$

$$\sigma_{\text{м}} = (\sigma_{\text{max}} + \sigma_{\text{min}}) / 2 = (104,3 - 34,7) / 2 = 34,8 \text{ МПа};$$

$$\sigma_{\text{а}} = (\sigma_{\text{max}} - \sigma_{\text{min}}) / 2 = (104,3 + 34,7) / 2 = 69,5 \text{ МПа};$$

Коефіцієнт асиметрії циклу R_{σ}

$$R_{\sigma} = \frac{\sigma_{\text{min}}}{\sigma_{\text{max}}} = -\frac{34,7}{104,3} = -0,33;$$

Дотичні напруження кручення

$$\tau_{\text{max}} = \frac{M_{\text{к max}}}{W_{\text{к}}} = \frac{1,8 \cdot 10^3}{12,56 \cdot 10^{-6}} = 143,3 \text{ МПа};$$

$$\tau_{\min} = \frac{M_{\text{к min}}}{W_{\text{к}}} = 0 ;$$

$$\tau_m = (\tau_{\max} + \tau_{\min}) / 2 = 143,3 / 2 = 71,65 \text{ МПа};$$

$$\tau_a = (\tau_{\max} - \tau_{\min}) / 2 = 143,3 / 2 = 71,65 \text{ МПа};$$

Коефіцієнт асиметрії циклу R_τ

$$R_\tau = \frac{\tau_{\min}}{\tau_{\max}} = 0.$$

Коефіцієнт концентрації нормальних напружень K_σ для кільцевої проточки визначається за допомогою таблиць Д 5.1 та Д 5.2 додатку 5.

а) з таблиці Д 5.1 по значенню співвідношення r/d проточки та тимчасовому опору матеріалу $\sigma_{\text{в}}$ знаходимо умовний коефіцієнт концентрації напружень $(K_\sigma)_0$;

б) з таблиці Д 5.2 знаходимо поправочний коефіцієнт ξ_σ на відношення t/r , де t – глибина проточки, r – радіус її заокруглення;

в) дійсний коефіцієнт концентрації нормальних напружень K_σ визначається за формулою

$$K_\sigma = 1 + \xi_\sigma [(K_\sigma)_0 - 1].$$

У даному прикладі $\sigma_{\text{в}} = 780 \text{ МПа}$,

$$r/d = r_3/d_3 = 3/40 = 0,075;$$

$$(K_\sigma)_0 \approx 1,35;$$

$$t = (d_1 - d_3) / 2 = (45 - 40) / 2 = 2,5 \text{ мм};$$

$$r = r_3 = 3 \text{ мм}$$

$$t/r = 2,5/3 = 0,83; \quad \xi_\sigma = 0,98;$$

$$K_\sigma = 1 + 0,98(1,35 - 1) = 1,343.$$

Коефіцієнт концентрації дотичних напружень K_τ визначається за аналогічною схемою. У разі, якщо експериментальних відомостей, що до коефіцієнта K_τ немає, його можна обчислити за допомогою емпіричного співвідношення (29):

$$K_\tau = 0,4 + 0,6K_\sigma = 0,4 + 0,6 \cdot 1,343 = 1,206.$$

Коефіцієнт впливу абсолютних розмірів перерізу K_d (масштабний коефіцієнт) знаходиться за допомогою таблиці Д 7.1 додатку 7 по значенню діаметру переріза d та тимчасовому опору матеріалу σ_b .

У даному перерізі

$$d = d_3 = 40 \text{ мм}, \sigma_b = 780 \text{ МПа},$$

$$K_d \approx 0,78; (K_d = K_{d\sigma} = K_{d\tau}).$$

Коефіцієнт шорхості K_F (коефіцієнт якості обробки поверхні) визначається за допомогою таблиць Д 8.1 та Д 8.2 додатку 8 по наступному алгоритму:

а) по виду механічної обробки поверхні (із вихідних даних задачі) з таблиці Д 8.1 визначається висота нерівностей профілю поверхні R_z у мікронах;

б) за допомогою таблиці Д 8.2 по значенням R_z та σ_b встановлюється величина коефіцієнта K_F .

У даному прикладі, для попереднього шліфування

$$5,5 \leq R_z \leq 13,75 \text{ Мкм},$$

з урахуванням $\sigma_b = 780 \text{ МПа}$,

$$K_F \approx 0,86, (K_F = K_{F\sigma} = K_{F\tau}).$$

Коефіцієнт зміцнення поверхні K_v визначається за допомогою таблиці Д 9.1 додатку 9.

У разі зміцнення поверхні азотуванням деталі з концентратором напружень

$$K_v = 1,3; (K_v = K_{v\sigma} = K_{v\tau}).$$

При відсутності поверхневого зміцнення, приймається $K_v = 1$.

Коефіцієнти зниження границі витривалості деталі за нормальними та дотичними напруженнями у перерізі I, згідно з формулами (40), (41), відповідно дорівнюють:

$$(K_\sigma)_D = \left(\frac{K_\sigma}{K_d} + \frac{1}{K_F} - 1 \right) \frac{1}{K_v} = \left(\frac{1,343}{0,78} + \frac{1}{0,86} - 1 \right) \frac{1}{1,3} = 1,45,$$

$$(K_\tau)_D = \left(\frac{K_\tau}{K_d} + \frac{1}{K_F} - 1 \right) \frac{1}{K_v} = \left(\frac{1,206}{0,78} + \frac{1}{0,86} - 1 \right) \frac{1}{1,3} = 1,31.$$

Часткові коефіцієнти запасу з витривалості деталі за нормальними $(n_y)_\sigma$ та дотичними $(n_y)_\tau$ напруженнями для знакозмінного циклу $(-1 \leq R \leq 0)$, згідно з формулами (49), (52) відповідно дорівнюють:

$$(n_y)_\sigma = \frac{\sigma_{-1}}{(K_\sigma)_D \sigma_a + \psi_\sigma \sigma_m} = \frac{350}{1,45 \cdot 69,5 + 0,12 \cdot 34,8} = 3,33.$$

$$(n_y)_\tau = \frac{\tau_{-1}}{(K_\tau)_D \tau_a + \psi_\tau \tau_m} = \frac{190}{1,31 \cdot 71,65 + 0,06 \cdot 71,65} = 1,94.$$

Часткові коефіцієнти запасу деталі з текучості за нормальними $(n_T)_\sigma$ та дотичними $(n_T)_\tau$ напруженнями:

$$(n_T)_\sigma = \frac{\sigma_T}{\sigma_{\max}} = \frac{600}{104,3} = 5,75;$$

$$(n_T)_\tau = \frac{\tau_T}{\tau_{\max}} = \frac{320}{143,3} = 2,23.$$

Сумарні коефіцієнти запасу міцності деталі з втомленості n_y та текучості n_T при складному напруженому стані:

$$n_y = \frac{(n_y)_\sigma (n_y)_\tau}{\sqrt{(n_y)_\sigma^2 + (n_y)_\tau^2}} = \frac{3,33 \cdot 1,94}{\sqrt{3,33^2 + 1,94^2}} = 1,68;$$

$$n_T = \frac{(n_T)_\sigma (n_T)_\tau}{\sqrt{(n_T)_\sigma^2 + (n_T)_\tau^2}} = \frac{5,75 \cdot 2,23}{\sqrt{5,75^2 + 2,23^2}} = 2,08.$$

Підсумок: сумарні коефіцієнти запасу міцності деталі у перерізі I з втомленості та текучості відповідають нормативним (1.5–4), прийнятим в машинобудуванні.

Переріз II. Поперечний отвір

Згинальний та крутний моменти у перерізі:

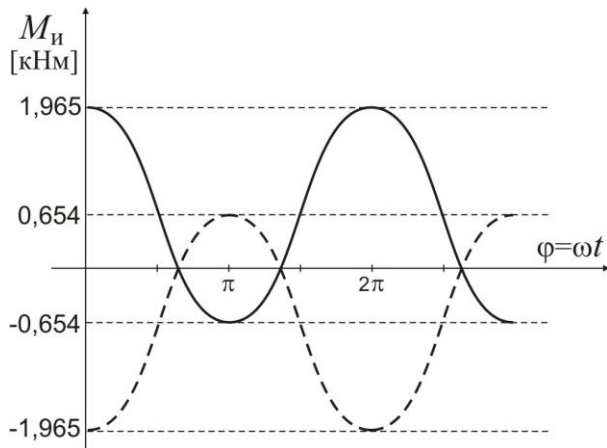


Рисунок 34 – Згинальний момент у перерізі II

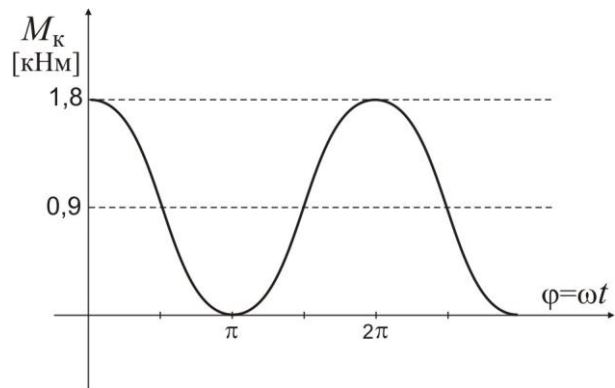


Рисунок 35 – Крутний момент у перерізі II

$$-1,965 \leq M_{и} \leq 0,654 \text{ кНм};$$

$$0 \leq M_{к} \leq 1,8 \text{ кНм}.$$

Середній згинальний момент $M_{иm}$ у даному перерізі є від'ємний (див. пунктирну криву на рис. 34), тому для проведення подальших розрахунків дзеркально відображаємо графік моменту відносно осі часу. Він зображений на рис.34 суцільною кривою.

Приймаємо

$$M_{иmax} = 1,965 \text{ кНм}; \quad M_{иmin} = -0,654 \text{ кНм};$$

$$M_{иm} = (M_{иmax} + M_{иmin}) / 2 = (1,965 - 0,654) / 2 = 0,656 \text{ кНм};$$

$$M_{иa} = (M_{иmax} - M_{иmin}) / 2 = (1,965 + 0,654) / 2 = 1,31 \text{ кНм}.$$

Примітка: крутні моменти вибираємо лівіше від заданого перерізу, бо і максимальний, і амплітудний моменти там вище, ніж у правому околі перерізу ($0,3 \leq M_{к} \leq 1,5 \text{ кНм}$).

$$M_{кmax} = 1,8 \text{ кНм}; \quad M_{кmin} = 0;$$

$$M_{км} = (M_{кmax} + M_{кmin}) / 2 = 1,8 / 2 = 0,9 \text{ кНм};$$

$$M_{ка} = (M_{кmax} - M_{кmin}) / 2 = 1,8 / 2 = 0,9 \text{ кНм}.$$

Моменти опору поперечного отвору визначаємо за формулами:

$$W_{и} = \xi_{\sigma} \frac{\pi d_1^3}{32}$$

$$W_{к} = \xi_{\tau} \frac{\pi d_1^3}{16},$$

де d_1 – діаметр вала,

ξ_σ, ξ_τ – коефіцієнти ослаблення перерізу поперечним отвором, які знаходяться за допомогою таблиці Д 10.1 додатку 10 з врахуванням співвідношення діаметрів отвору та вала a/d .

У даному прикладі

$$a/d = d_4/d_1 = 5/45 = 0,11;$$

$$\xi_\sigma \approx 0,79, \quad \xi_\tau \approx 0,94;$$

$$W_{\text{и}} = 0,79 \frac{3,14 \cdot 4,5^3}{32} = 7,06 \text{ см}^3,$$

$$W_{\text{к}} = 0,94 \frac{3,14 \cdot 4,5^3}{16} = 16,81 \text{ см}^3.$$

Нормальні напруження згинання

$$\sigma_{\text{max}} = \frac{M_{\text{и max}}}{W_{\text{и}}} = \frac{1,965 \cdot 10^3}{7,06 \cdot 10^{-6}} = 278,3 \text{ МПа};$$

$$\sigma_{\text{min}} = \frac{M_{\text{и min}}}{W_{\text{и}}} = -\frac{0,654 \cdot 10^3}{7,06 \cdot 10^{-6}} = -92,6 \text{ МПа};$$

$$\sigma_m = (\sigma_{\text{max}} + \sigma_{\text{min}})/2 = (278,3 - 92,6)/2 = 92,85 \text{ МПа};$$

$$\sigma_a = (\sigma_{\text{max}} - \sigma_{\text{min}})/2 = (278,3 + 92,6)/2 = 185,45 \text{ МПа};$$

Коефіцієнт асиметрії циклу R_σ

$$R_\sigma = \frac{\sigma_{\text{min}}}{\sigma_{\text{max}}} = -92,6/278,3 = -0,33;$$

Дотичні напруження кручення

$$\tau_{\text{max}} = \frac{M_{\text{к max}}}{W_{\text{к}}} = \frac{1,8 \cdot 10^3}{16,81 \cdot 10^{-6}} = 107,1 \text{ МПа};$$

$$\tau_{\text{min}} = \frac{M_{\text{к min}}}{W_{\text{к}}} = 0;$$

$$\tau_m = (\tau_{\text{max}} + \tau_{\text{min}})/2 = 107,1/2 = 53,55 \text{ МПа};$$

$$\tau_a = (\tau_{\text{max}} - \tau_{\text{min}})/2 = 107,1/2 = 53,55 \text{ МПа};$$

Коефіцієнт асиметрії циклу R_τ

$$R_{\tau} = \frac{\tau_{\min}}{\tau_{\max}} = 0.$$

Коефіцієнт концентрації нормальних напружень K_{σ} для поперечного отвору визначається за допомогою таблиці Д 6.1 додатку 6.

а) попередньо визначається співвідношення діаметрів отвору a і валу d .

б) з урахуванням тимчасового опору матеріалу σ_B знаходимо по кривих 1 або 2 таблиці Д 6.1 значення коефіцієнту K_{σ}

$$\text{У даному прикладі } \frac{a}{d} = \frac{d_4}{d_1} = \frac{5}{45} = 0,11; \sigma_B = 780 \text{ МПа};$$

$$K_{\sigma} \approx 2,03;$$

Коефіцієнт концентрації дотичних напружень K_{τ} визначається аналогічно за допомогою таблиці Д 6.2 додатку 6. У даному прикладі $K_{\tau} \approx 1,82$

Коефіцієнт впливу абсолютних розмірів перерізу K_d (масштабний коефіцієнт) знаходиться за допомогою таблиці Д 7.1 додатку 7 по значенню діаметру перерізу d та тимчасовому опору матеріалу σ_B .

$$\text{У даному перерізі } d = d_1 = 45 \text{ мм, } \sigma_B = 780 \text{ МПа,}$$

$$K_d \approx 0,75; (K_d = K_{d\sigma} = K_{d\tau}).$$

Коефіцієнт шорхості K_F (коефіцієнт якості обробки поверхні) визначається за допомогою таблиць Д 8.1 та Д 8.2 додатку 8 по наступному алгоритму:

а) по виду механічної обробки поверхні (із вихідних даних задачі) з таблиці Д 8.1 визначається висота нерівностей профілю поверхні R_z у мікронах;

б) за допомогою таблиці Д 8.2 по значенням R_z та σ_B встановлюється величина коефіцієнта K_F .

У даному прикладі, для попереднього шліфування

$$5,5 \leq R_z \leq 13,75 \text{ Мкм,}$$

з урахуванням $\sigma_B = 780 \text{ МПа,}$

$$K_F \approx 0,86, (K_F = K_{F\sigma} = K_{F\tau}).$$

Коефіцієнт зміцнення поверхні K_v визначається за допомогою таблиці Д 9.1 додатку 9.

У разі зміцнення поверхні азотуванням деталі з концентратором напружень

$$K_v = 1,3; (K_v = K_{v\sigma} = K_{v\tau}).$$

При відсутності поверхневого зміцнення, приймається $K_v = 1$.

Коефіцієнти зниження границі витривалості деталі за нормальними та дотичними напруженнями у перерізі II, згідно з формулами (40), (41), відповідно дорівнюють:

$$(K_\sigma)_D = \left(\frac{K_\sigma}{K_d} + \frac{1}{K_F} - 1 \right) \frac{1}{K_v} = \left(\frac{2,03}{0,75} + \frac{1}{0,86} - 1 \right) \frac{1}{1,3} = 2,21,$$

$$(K_\tau)_D = \left(\frac{K_\tau}{K_d} + \frac{1}{K_F} - 1 \right) \frac{1}{K_v} = \left(\frac{1,82}{0,75} + \frac{1}{0,86} - 1 \right) \frac{1}{1,3} = 1,99.$$

Часткові коефіцієнти запасу з витривалості деталі за нормальними $(n_y)_\sigma$ та дотичними $(n_y)_\tau$ напруженнями для знакозмінного циклу $(-1 \leq R \leq 0)$, згідно з формулами (49), (52) відповідно дорівнюють:

$$(n_y)_\sigma = \frac{\sigma_{-1}}{(K_\sigma)_D \sigma_a + \psi_\sigma \sigma_m} = \frac{350}{2,21 \cdot 185,45 + 0,12 \cdot 92,85} = 0,83;$$

$$(n_y)_\tau = \frac{\tau_{-1}}{(K_\tau)_D \tau_a + \psi_\tau \tau_m} = \frac{190}{1,99 \cdot 53,55 + 0,06 \cdot 53,55} = 1,73.$$

Часткові коефіцієнти запасу деталі з текучості за нормальними $(n_T)_\sigma$ та дотичними $(n_T)_\tau$ напруженнями у даному перерізі:

$$(n_T)_\sigma = \frac{\sigma_T}{\sigma_{\max}} = \frac{600}{278,3} = 2,16;$$

$$(n_T)_\tau = \frac{\tau_T}{\tau_{\max}} = \frac{320}{107,1} = 2,99.$$

Сумарні коефіцієнти запасу міцності деталі з втомленості n_y та текучості n_T при складному напруженому стані:

$$n_y = \frac{(n_y)_\sigma (n_y)_\tau}{\sqrt{(n_y)_\sigma^2 + (n_y)_\tau^2}} = \frac{0,83 \cdot 1,73}{\sqrt{0,83^2 + 1,73^2}} = 0,75;$$

$$n_T = \frac{(n_T)_\sigma (n_T)_\tau}{\sqrt{(n_T)_\sigma^2 + (n_T)_\tau^2}} = \frac{2,16 \cdot 2,99}{\sqrt{2,16^2 + 2,99^2}} = 1,75.$$

Підсумок: Коефіцієнт запасу міцності деталі з втомленості у перерізі II є замалим. При $n_y < 1$ деталь не витримає базисне число циклів. Для збільшення коефіцієнта запасу міцності потрібні додаткові конструктивні або технологічні засоби: збільшення діаметру вала або зменшення діаметра отвору, заміна матеріалу вала на більш міцний, додаткове зміцнення поверхні деталі тощо.

Переріз III. Ступеневий перехід (галтель)

Згинальний та крутний моменти у перерізі:

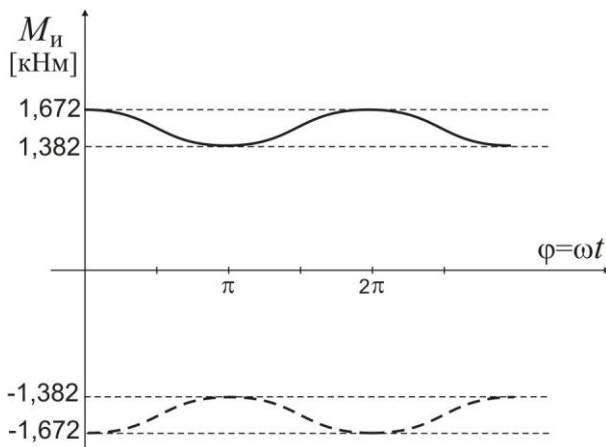


Рисунок 36 – Згинальний момент у перерізі III

$$-1,672 \leq M_{и} \leq -1,382 \text{ кНм};$$

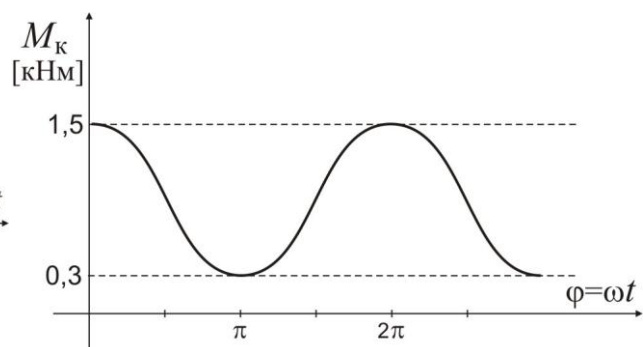


Рисунок 37 – Крутний момент у перерізі III

$$0,3 \leq M_{к} \leq 1,5 \text{ кНм}.$$

Середній згинальний момент $M_{иm}$ у даному перерізі є від'ємний (див. пунктирну криву на рис. 36), тому для проведення подальших розрахунків дзеркально відображаємо графік моменту відносно осі часу. Він зображений на рис.36 суцільною кривою.

Приймаємо

$$M_{иmax} = 1,672 \text{ кНм}; M_{иmin} = 1,382 \text{ кНм};$$

$$M_{иm} = (M_{иmax} + M_{иmin}) / 2 = (1,672 + 1,382) / 2 = 1,527 \text{ кНм};$$

$$M_{иa} = (M_{иmax} - M_{иmin}) / 2 = (1,672 - 1,382) / 2 = 0,145 \text{ кНм}.$$

$$M_{кmax} = 1,5 \text{ кНм}; M_{кmin} = 0,3 \text{ кНм};$$

$$M_{км} = (M_{кmax} + M_{кmin}) / 2 = (1,5 + 0,3) / 2 = 0,9 \text{ кНм};$$

$$M_{ка} = (M_{кmax} - M_{кmin}) / 2 = (1,5 - 0,3) / 2 = 0,6 \text{ кНм}.$$

Моменти опору ступеневого переходу (галтелі) підраховуємо у перерізі з найменшим діаметром d_2 .

$$W_{и} = \frac{\pi d_2^3}{32} = 6,28 \text{ см}^3;$$

$$W_{к} = \frac{\pi d_2^3}{16} = 12,56 \text{ см}^3.$$

Нормальні напруження згинання

$$\sigma_{max} = \frac{M_{иmax}}{W_{и}} = \frac{1,672 \cdot 10^3}{6,28 \cdot 10^{-6}} = 266,2 \text{ МПа};$$

$$\sigma_{min} = \frac{M_{иmin}}{W_{и}} = \frac{1,382 \cdot 10^3}{6,28 \cdot 10^{-6}} = 220,1 \text{ МПа};$$

$$\sigma_m = (\sigma_{max} + \sigma_{min}) / 2 = (266,2 + 220,1) / 2 = 243,15 \text{ МПа};$$

$$\sigma_a = (\sigma_{max} - \sigma_{min}) / 2 = (266,2 - 220,1) / 2 = 23,05 \text{ МПа};$$

Коефіцієнт асиметрії циклу R_σ

$$R_\sigma = \frac{\sigma_{min}}{\sigma_{max}} = 220,1 / 266,2 = 0,83;$$

Дотичні напруження кручення

$$\tau_{max} = \frac{M_{кmax}}{W_{к}} = \frac{1,5 \cdot 10^3}{12,56 \cdot 10^{-6}} = 119,4 \text{ МПа};$$

$$\tau_{\min} = \frac{M_{k \min}}{W_k} = \frac{0,3 \cdot 10^3}{12,56 \cdot 10^{-6}} = 23,9 \text{ МПа};$$

$$\tau_m = (\tau_{\max} + \tau_{\min}) / 2 = (119,4 + 23,9) / 2 = 71,65 \text{ МПа};$$

$$\tau_a = (\tau_{\max} - \tau_{\min}) / 2 = (119,4 - 23,9) / 2 = 47,75 \text{ МПа};$$

Коефіцієнт асиметрії циклу R_τ

$$R_\tau = \frac{\tau_{\min}}{\tau_{\max}} = 23,9 / 119,4 = 0,2.$$

Коефіцієнт концентрації нормальних напружень K_σ для ступеневого переходу (галтелі) визначається за допомогою таблиць Д 3.1 та Д 3.2 додатку 3.

а) з таблиці Д 3.1 по значенню співвідношення r/d та тимчасовому опору матеріалу σ_b знаходимо умовний коефіцієнт концентрації напружень $(K_\sigma)_0$;

б) з таблиці Д 3.2 знаходимо поправочний коефіцієнт ξ_σ на відношення діаметрів ступеневого переходу D/d ;

в) дійсний коефіцієнт концентрації нормальних напружень K_σ визначається за формулою

$$K_\sigma = 1 + \xi_\sigma [(K_\sigma)_0 - 1].$$

У даному прикладі $\sigma_b = 780 \text{ МПа}$,

$$r/d = r_2/d_2 = 2,5/40 = 0,0625;$$

$$(K_\sigma)_0 \approx 1,4;$$

$$D/d = d_1/d_4 = 45/40 = 1,125$$

$$\xi_\sigma = 0,63;$$

$$K_\sigma = 1 + 0,63(1,4 - 1) = 1,252.$$

Коефіцієнт концентрації дотичних напружень K_τ визначається за аналогічною схемою по таблицям Д 4.1 та Д 4.2 додатку 4.

У даному прикладі $\tau_b = 450 \text{ МПа}$,

$$r/d = r_2/d_2 = 2,5/40 = 0,0625;$$

$$(K_\tau)_0 \approx 1,3;$$

$$D/d = d_1/d_4 = 45/40 = 1,125$$

$$\xi_{\tau} = 0,58;$$

$$K_{\tau} = 1 + 0,58(1,3 - 1) = 1,174.$$

Коефіцієнт впливу абсолютних розмірів перерізу K_d (масштабний коефіцієнт) знаходиться за допомогою таблиці Д 7.1 додатку 7 по значенню діаметру переріза d та тимчасовому опору матеріалу σ_b .

У даному перерізі $d = d_2 = 40$ мм, $\sigma_b = 780$ МПа,

$$K_d \approx 0,78; (K_d = K_{d\sigma} = K_{d\tau}).$$

Коефіцієнт шорхості K_F (коефіцієнт якості обробки поверхні) визначається за допомогою таблиць Д 8.1 та Д 8.2 додатку 8 по наступному алгоритму:

а) по виду механічної обробки поверхні (із вихідних даних задачі) з таблиці Д 8.1 визначається висота нерівностей профілю поверхні R_z у мікронах;

б) за допомогою таблиці Д 8.2 по значенням R_z та σ_b встановлюється величина коефіцієнта K_F .

У даному прикладі, для попереднього шліфування

$$5,5 \leq R_z \leq 13,75 \text{ Мкм},$$

з урахуванням $\sigma_b = 780$ МПа,

$$K_F \approx 0,86, (K_F = K_{F\sigma} = K_{F\tau}).$$

Коефіцієнт зміцнення поверхні K_v визначається за допомогою таблиці Д 9.1 додатку 9.

У разі зміцнення поверхні азотуванням деталі з концентратором напружень

$$K_v = 1,3, (K_v = K_{v\sigma} = K_{v\tau}).$$

При відсутності поверхневого зміцнення, приймається $K_v = 1$.

Коефіцієнти зниження границі витривалості деталі за нормальними та дотичними напруженнями у перерізі III, згідно з формулами (40), (41), відповідно дорівнюють:

$$(K_{\sigma})_D = \left(\frac{K_{\sigma}}{K_d} + \frac{1}{K_F} - 1 \right) \frac{1}{K_v} = \left(\frac{1,252}{0,78} + \frac{1}{0,86} - 1 \right) \frac{1}{1,3} = 1,36,$$

$$(K_{\tau})_D = \left(\frac{K_{\tau}}{K_d} + \frac{1}{K_F} - 1 \right) \frac{1}{K_v} = \left(\frac{1,174}{0,78} + \frac{1}{0,86} - 1 \right) \frac{1}{1,3} = 1,28.$$

Часткові коефіцієнти запасу з витривалості деталі за нормальними $(n_y)_{\sigma}$ та дотичними $(n_y)_{\tau}$ напруженнями для знакопостійного циклу ($0 < R \leq 1$), згідно з формулами (50), (53) відповідно дорівнюють:

$$(n_y)_{\sigma} = \frac{\sigma_B}{(K_{\sigma})_D \sigma_a \xi_{\sigma} + \sigma_m} = \frac{780}{1,36 \cdot 23,05 \cdot 1,5 + 243,15} = 2,69;$$

$$(n_y)_{\tau} = \frac{\tau_B}{(K_{\tau})_D \tau_a \xi_{\tau} + \tau_m} = \frac{450}{1,28 \cdot 47,75 \cdot 1,5 + 71,65} = 2,76;$$

де коефіцієнти ξ_{σ} , ξ_{τ} підраховуються по формулам (22) та (23). У даному прикладі

$$\xi_{\sigma} = \frac{\sigma_B}{\sigma_{-1}} (1 + \psi_{\sigma}) - 1 = \frac{780}{350} (1 + 0,12) - 1 = 1,5;$$

$$\xi_{\tau} = \frac{\tau_B}{\tau_{-1}} (1 + \psi_{\tau}) - 1 = \frac{450}{190} (1 + 0,06) - 1 = 1,5.$$

Часткові коефіцієнти запасу деталі з текучості за нормальними $(n_T)_{\sigma}$ та дотичними $(n_T)_{\tau}$ напруженнями:

$$(n_T)_{\sigma} = \frac{\sigma_T}{\sigma_{\max}} = \frac{600}{266,2} = 2,25;$$

$$(n_T)_{\tau} = \frac{\tau_T}{\tau_{\max}} = \frac{320}{119,4} = 2,68.$$

Сумарні коефіцієнти запасу міцності деталі з втомленості n_y та текучості n_T при складному напруженому стані:

$$n_y = \frac{(n_y)_{\sigma} (n_y)_{\tau}}{\sqrt{(n_y)_{\sigma}^2 + (n_y)_{\tau}^2}} = \frac{2,69 \cdot 2,76}{\sqrt{2,69^2 + 2,76^2}} = 1,93;$$

$$n_T = \frac{(n_T)_{\sigma} (n_T)_{\tau}}{\sqrt{(n_T)_{\sigma}^2 + (n_T)_{\tau}^2}} = \frac{2,25 \cdot 2,68}{\sqrt{2,25^2 + 2,68^2}} = 1,72.$$

Підсумок: сумарні коефіцієнти запасу міцності деталі у перерізі III з втомленості та текучості відповідають нормативним (1.5–4), прийнятим в машинобудуванні.

Переріз IV. Гладкий вал

Згинальний та крутний моменти у перерізі:

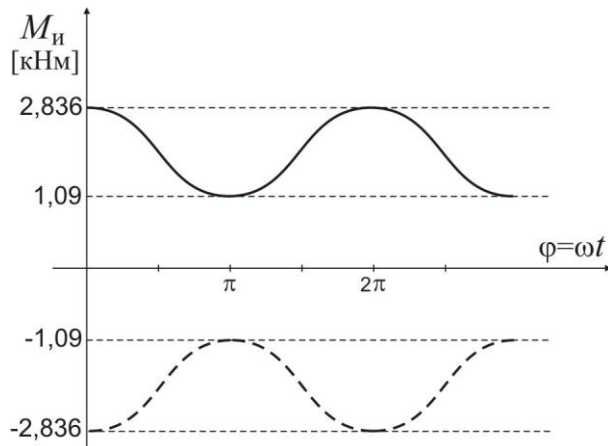


Рисунок 38 – Згинальний момент у перерізі IV

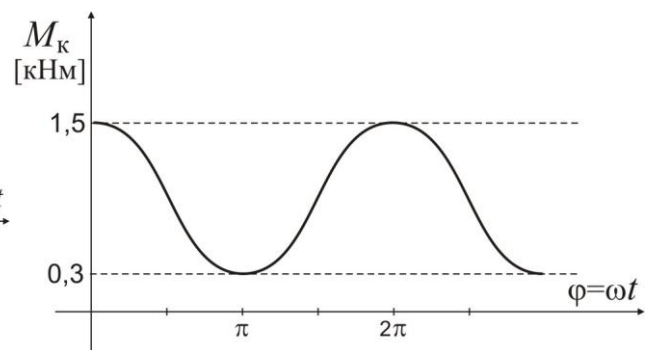


Рисунок 39 – Крутний момент у перерізі IV

$$-1,09 \leq M_{и} \leq -2,836 \text{ кНм};$$

$$0,3 \leq M_{к} \leq 1,5 \text{ кНм}.$$

Середній згинальний момент $M_{иm}$ у даному перерізі є від'ємний (див. пунктирну криву на рис. 38), тому для проведення подальших розрахунків дзеркально відображаємо графік моменту відносно осі часу. Він зображений на рис.38 суцільною кривою.

Приймаємо

$$M_{иmax} = 2,836 \text{ кНм}; \quad M_{иmin} = 1,09 \text{ кНм};$$

$$M_{иm} = (M_{иmax} + M_{иmin}) / 2 = (2,836 + 1,09) / 2 = 1,963 \text{ кНм};$$

$$M_{иa} = (M_{иmax} - M_{иmin}) / 2 = (2,836 - 1,09) / 2 = 0,873 \text{ кНм}.$$

$$M_{кmax} = 1,5 \text{ кНм}; \quad M_{кmin} = 0,3 \text{ кНм};$$

$$M_{км} = (M_{кmax} + M_{кmin}) / 2 = (1,5 + 0,3) / 2 = 0,9 \text{ кНм};$$

$$M_{ка} = (M_{кmax} - M_{кmin}) / 2 = (1,5 - 0,3) / 2 = 0,6 \text{ кНм}.$$

Моменти опору ступеневого переходу (галтелі) підраховуємо у перерізі з найменшим діаметром d_2 .

$$W_{\text{и}} = \frac{\pi d_2^3}{32} = 6,28 \text{ см}^3; \quad W_{\text{к}} = \frac{\pi d_2^3}{16} = 12,56 \text{ см}^3.$$

Нормальні напруження згинання

$$\sigma_{\text{max}} = \frac{M_{\text{и max}}}{W_{\text{и}}} = \frac{2,836 \cdot 10^3}{6,28 \cdot 10^{-6}} = 451,6 \text{ МПа};$$

$$\sigma_{\text{min}} = \frac{M_{\text{и min}}}{W_{\text{и}}} = \frac{1,09 \cdot 10^3}{6,28 \cdot 10^{-6}} = 173,6 \text{ МПа};$$

$$\sigma_m = (\sigma_{\text{max}} + \sigma_{\text{min}}) / 2 = (451,6 + 173,6) / 2 = 312,6 \text{ МПа};$$

$$\sigma_a = (\sigma_{\text{max}} - \sigma_{\text{min}}) / 2 = (451,6 - 173,6) / 2 = 139,0 \text{ МПа};$$

Коефіцієнт асиметрії циклу R_{σ}

$$R_{\sigma} = \frac{\sigma_{\text{min}}}{\sigma_{\text{max}}} = 173,6 / 451,6 = 0,38;$$

Дотичні напруження кручення

$$\tau_{\text{max}} = \frac{M_{\text{к max}}}{W_{\text{к}}} = \frac{1,5 \cdot 10^3}{12,56 \cdot 10^{-6}} = 119,4 \text{ МПа};$$

$$\tau_{\text{min}} = \frac{M_{\text{к min}}}{W_{\text{к}}} = \frac{0,3 \cdot 10^3}{12,56 \cdot 10^{-6}} = 23,9 \text{ МПа};$$

$$\tau_m = (\tau_{\text{max}} + \tau_{\text{min}}) / 2 = (119,4 + 23,9) / 2 = 71,65 \text{ МПа};$$

$$\tau_a = (\tau_{\text{max}} - \tau_{\text{min}}) / 2 = (119,4 - 23,9) / 2 = 47,75 \text{ МПа};$$

Коефіцієнт асиметрії циклу R_{τ}

$$R_{\tau} = \frac{\tau_{\text{min}}}{\tau_{\text{max}}} = 23,9 / 119,4 = 0,2.$$

Коефіцієнти концентрації нормальних K_{σ} та дотичних напружень K_{τ} для гладкого валу приймається рівними за одиницю, незалежно від характеристик матеріалу:

$$K_{\sigma} = K_{\tau} = 1.$$

Коефіцієнт впливу абсолютних розмірів перерізу K_d (масштабний коефіцієнт) знаходиться за допомогою таблиці Д 7.1 додатку 7 по значенню діаметру переріза d та тимчасовому опору матеріалу $\sigma_{\text{в}}$.

У даному перерізі $d = d_2 = 40 \text{ мм}$, $\sigma_{\text{в}} = 780 \text{ МПа}$,

$$K_d \approx 0,78; (K_d = K_{d\sigma} = K_{d\tau}).$$

Коефіцієнт шорхості K_F (коефіцієнт якості обробки поверхні) визначається за допомогою таблиць Д 8.1 та Д 8.2 додатку 8 по наступному алгоритму:

а) по виду механічної обробки поверхні (із вихідних даних задачі) з таблиці Д 8.1 визначається висота нерівностей профілю поверхні R_z у мікронах;

б) за допомогою таблиці Д 8.2 по значенням R_z та σ_B встановлюється величина коефіцієнта K_F .

У даному прикладі, для попереднього шліфування

$$5,5 \leq R_z \leq 13,75 \text{ Мкм},$$

з урахуванням $\sigma_B = 780 \text{ МПа}$,

$$K_F \approx 0,86, (K_F = K_{F\sigma} = K_{F\tau}).$$

Коефіцієнт зміцнення поверхні K_v визначається за допомогою таблиці Д 9.1 додатку 9.

У разі зміцнення поверхні азотуванням деталі без концентратора напружень

$$K_v = 1,1; (K_v = K_{v\sigma} = K_{v\tau}).$$

При відсутності поверхневого зміцнення, приймається $K_v = 1$.

Коефіцієнти зниження границі витривалості деталі за нормальними та дотичними напруженнями у перерізі IV, згідно з формулами (40), (41), відповідно дорівнюють:

$$(K_\sigma)_D = \left(\frac{K_\sigma}{K_d} + \frac{1}{K_F} - 1 \right) \frac{1}{K_v} = \left(\frac{1}{0,78} + \frac{1}{0,86} - 1 \right) \frac{1}{1,1} = 1,31,$$

$$(K_\tau)_D = \left(\frac{K_\tau}{K_d} + \frac{1}{K_F} - 1 \right) \frac{1}{K_v} = \left(\frac{1}{0,78} + \frac{1}{0,86} - 1 \right) \frac{1}{1,1} = 1,31.$$

Часткові коефіцієнти запасу з витривалості деталі за нормальними $(n_y)_\sigma$ та дотичними $(n_y)_\tau$ напруженнями для знакопостійного циклу ($0 < R \leq 1$), згідно з формулами (50), (53) відповідно дорівнюють:

$$(n_y)_\sigma = \frac{\sigma_B}{(K_\sigma)_D \sigma_a \xi_\sigma + \sigma_m} = \frac{780}{1,31 \cdot 139 \cdot 1,5 + 312,6} = 1,33;$$

$$(n_y)_\tau = \frac{\tau_B}{(K_\tau)_D \tau_a \xi_\tau + \tau_m} = \frac{450}{1,31 \cdot 47,75 \cdot 1,5 + 71,65} = 2,72;$$

де коефіцієнти ξ_σ , ξ_τ підраховуються по формулам (22) та (23). У даному прикладі

$$\xi_\sigma = \frac{\sigma_B}{\sigma_{-1}} (1 + \psi_\sigma) - 1 = \frac{780}{350} (1 + 0,12) - 1 = 1,5;$$

$$\xi_\tau = \frac{\tau_B}{\tau_{-1}} (1 + \psi_\tau) - 1 = \frac{450}{190} (1 + 0,06) - 1 = 1,5.$$

Часткові коефіцієнти запасу деталі з текучості за нормальними $(n_T)_\sigma$ та дотичними $(n_T)_\tau$ напруженнями:

$$(n_T)_\sigma = \frac{\sigma_T}{\sigma_{\max}} = \frac{600}{451,6} = 1,33;$$

$$(n_T)_\tau = \frac{\tau_T}{\tau_{\max}} = \frac{320}{119,4} = 2,68.$$

Сумарні коефіцієнти запасу міцності деталі з втомленості n_y та текучості n_T при складному напруженому стані:

$$n_y = \frac{(n_y)_\sigma (n_y)_\tau}{\sqrt{(n_y)_\sigma^2 + (n_y)_\tau^2}} = \frac{1,33 \cdot 2,72}{\sqrt{1,33^2 + 2,72^2}} = 1,20;$$

$$n_T = \frac{(n_T)_\sigma (n_T)_\tau}{\sqrt{(n_T)_\sigma^2 + (n_T)_\tau^2}} = \frac{1,33 \cdot 2,68}{\sqrt{1,33^2 + 2,68^2}} = 1,19.$$

Підсумок: сумарні коефіцієнти запасу міцності деталі у перерізі IV з втомленості та текучості менш ніж нормативні (1,5–4), прийняті в машинобудуванні, тому потрібні додаткові конструктивні або технологічні засоби: збільшення діаметру вала, заміна його матеріалу на більш міцний, додаткове зміцнення поверхні деталі тощо.

Графічна перевірка часткових запасів міцності з втомленості і текучості проводиться за формулами (47). Для цього на міліметровому папері, у максимально можливому масштабі будуються спочатку схематизовані діаграми граничних напружень втомленості образця (рис. 40, 41) для нормальних та дотичних напружень відповідно.

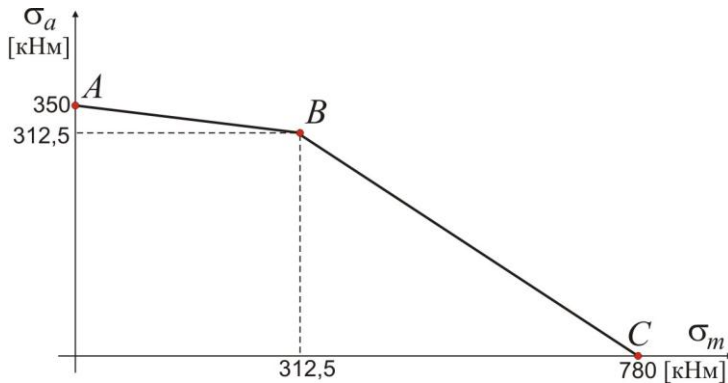


Рисунок 40 – Схематизована діаграма втомленості образця для нормальних напружень

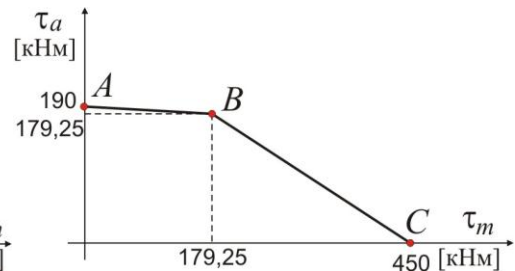


Рисунок 41 – Схематизована діаграма втомленості образця для дотичних напружень

Алгоритм побудови цих діаграм розглядався у п.5 (рис.16).

У даному прикладі, для сталі Ст.20Х, схематизована діаграма для нормальних напружень будується по наступним координатам точок: т. А (0; 350 МПа), т. С (780 МПа; 0), координати т. В ($\sigma_0/2, \sigma_0/2$) підраховуються по формулі (20):

$$\sigma_0 = \frac{2\sigma_{-1}}{(1 + \psi_\sigma)} = \frac{2 \cdot 350}{1 + 0,12} = 625 \text{ МПа}; \quad \frac{\sigma_0}{2} = 312,5 \text{ МПа}.$$

Так само будується схематизована діаграма для дотичних напружень. Значення границі витривалості пульсуючого циклу τ_0 знаходиться за аналогічною формулою (21).

Діаграму граничних напружень втомленості деталі у кожному перерізі можна отримати з діаграми образця, маючи значення коефіцієнтів зниження границі витривалості деталі $(K_\sigma)_D, (K_\tau)_D$ (див. вирази 40,41).

Порівняно до образця, амплітудні напруження деталі збільшуються у $(K_\sigma)_D$ та $(K_\tau)_D$ разів, а простір безпечних напружень від втомленості OA_1B_1C у кожному перерізі скорочується пропорційно амплітудним складовим напруження (рис. 42,43).

Наприклад, для перерізу I, у якому $(K_\sigma)_D = 1,45$, координати точок A_1 і B_1 на діаграмі нормальних напружень дорівнюють:

$$A_1\left(0; \frac{\sigma_{-1}}{(K_\sigma)_D}\right) = A_1\left(0; \frac{350}{1,45}\right) = A_1(0; 241,1 \text{ МПа});$$

$$B_1\left(\frac{\sigma_0}{2}; \frac{\sigma_0}{2(K_\sigma)_D}\right) = B_1\left(\frac{625}{2}; \frac{625}{2 \cdot 1,45}\right) = B_1(312,5 \text{ МПа}; 215,5 \text{ МПа})$$

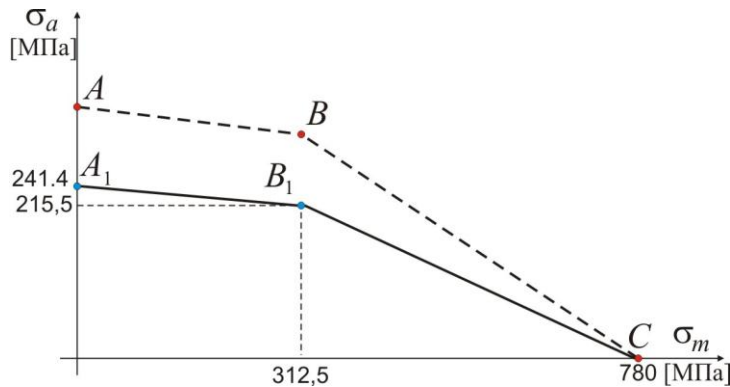


Рисунок 42 – Схематизована діаграма втомленості деталі для нормальних напружень

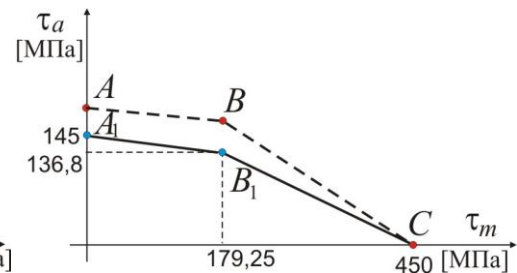


Рисунок 43 – Схематизована діаграма втомленості деталі для дотичних напружень

Простір безпечних дотичних напружень у перерізі I будується аналогічно, з урахуванням $(K_\tau)_D = 1,31$. Тож

$$\tau_0 = \frac{2\tau_{-1}}{(1 + \psi_\tau)} = \frac{2 \cdot 190}{1 + 0,06} = 358,5 \text{ МПа}; \quad \frac{\tau_0}{2} = 179,25 \text{ МПа};$$

$$A_1\left(0; \frac{\tau_{-1}}{(K_\tau)_D}\right) = A_1\left(0; \frac{190}{1,31}\right) = A_1(0; 145 \text{ МПа});$$

$$B_1\left(\frac{\tau_0}{2}; \frac{\tau_0}{2(K_\tau)_D}\right) = B_1\left(\frac{358,5}{2}; \frac{358,5}{2 \cdot 1,31}\right) = B_1(179,25 \text{ МПа}; 136,8 \text{ МПа})$$

Простір безпечних напружень втомленості деталі за нормальними та дотичними напруженнями (рис. 44, 45) додатково скорочується лінією текучості DF .

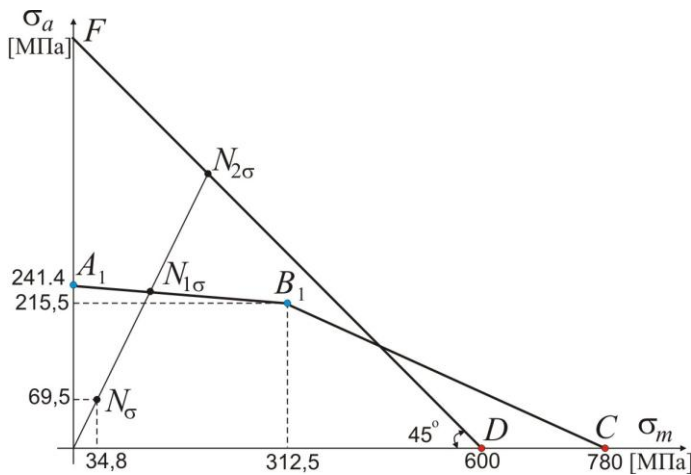


Рисунок 44 – Визначення критичних точок з втомленості та текучості для нормальних напружень

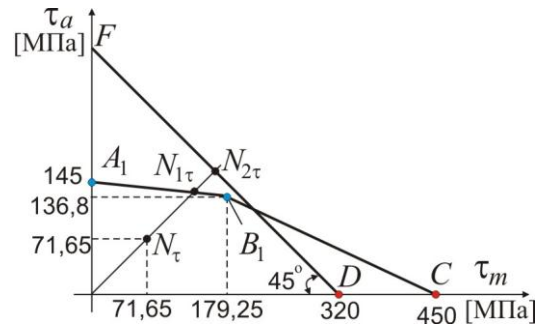


Рисунок 45 – Визначення критичних точок з втомленості та текучості для дотичних напружень

У безпечному просторі деталі OA_1TD напружений стан перерізу позначається точками N , з координатами (σ_m, σ_a) , та (τ_m, τ_a) відповідно. У перерізі I (рис. 46, 47)

$$N_\sigma(34,8 \text{ МПа}, 69,5 \text{ МПа});$$

$$N_\tau(71,65 \text{ МПа}, 71,65 \text{ МПа}).$$

Із зростанням навантаження, напруження у перерізі пропорційно збільшуються. Тож пряма ON перетинає лінію втомленості деталі A_1B_1C у точці N_1 , а лінію текучості DF – в точці N_2 .

Часткові запаси міцності з втомленості та текучості для нормальних і дотичних напружень можна визначити графічно, порівнявши відповідні відрізки:

$$(n_y)_\sigma = \frac{ON_{1\sigma}}{ON_\sigma} = 3,26; \quad (n_y)_\tau = \frac{ON_{1\tau}}{ON_\tau} = 1,90;$$

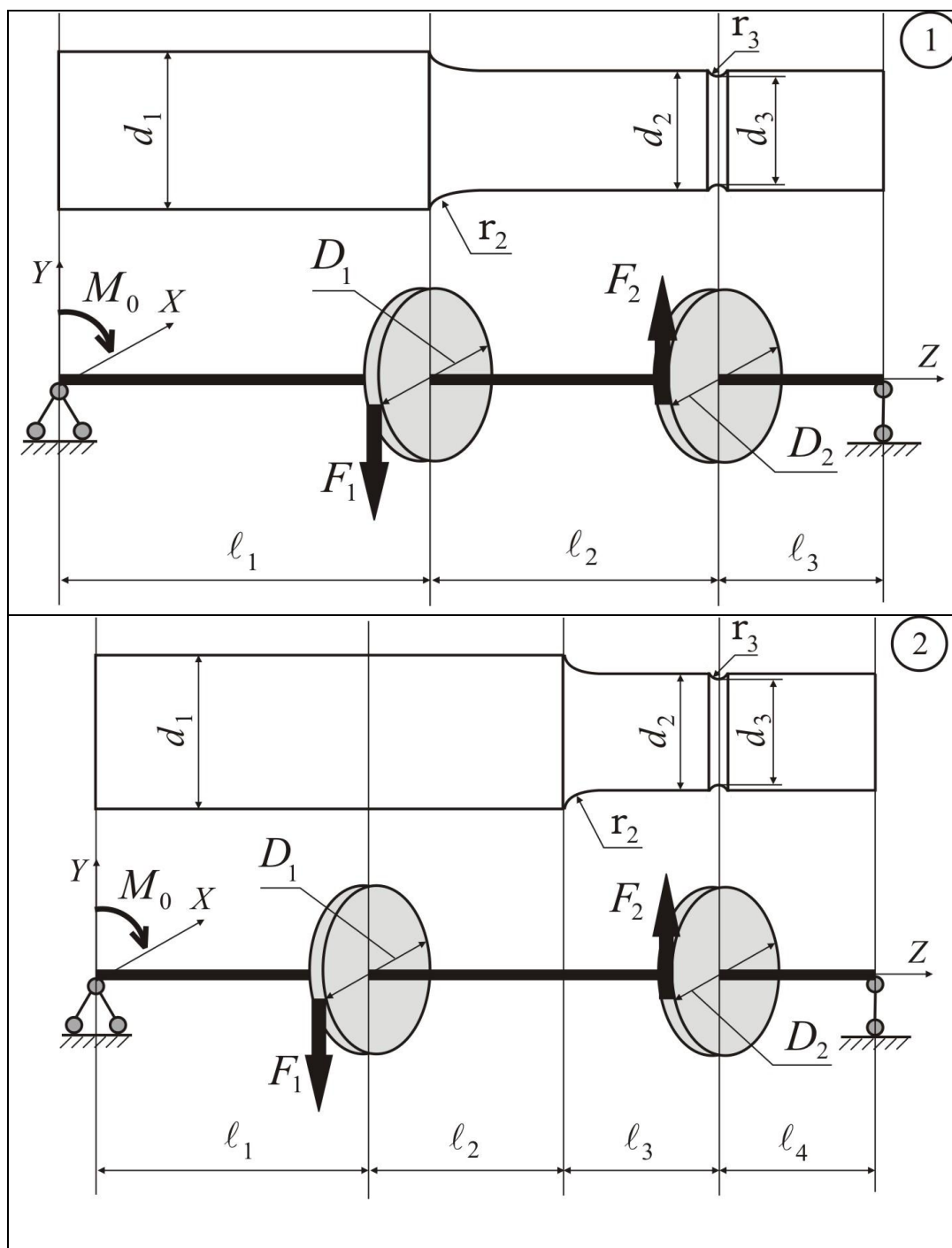
$$(n_T)_\sigma = \frac{ON_{2\sigma}}{ON_\sigma} = 5,73; \quad (n_T)_\tau = \frac{ON_{2\tau}}{ON_\tau} = 2,22.$$

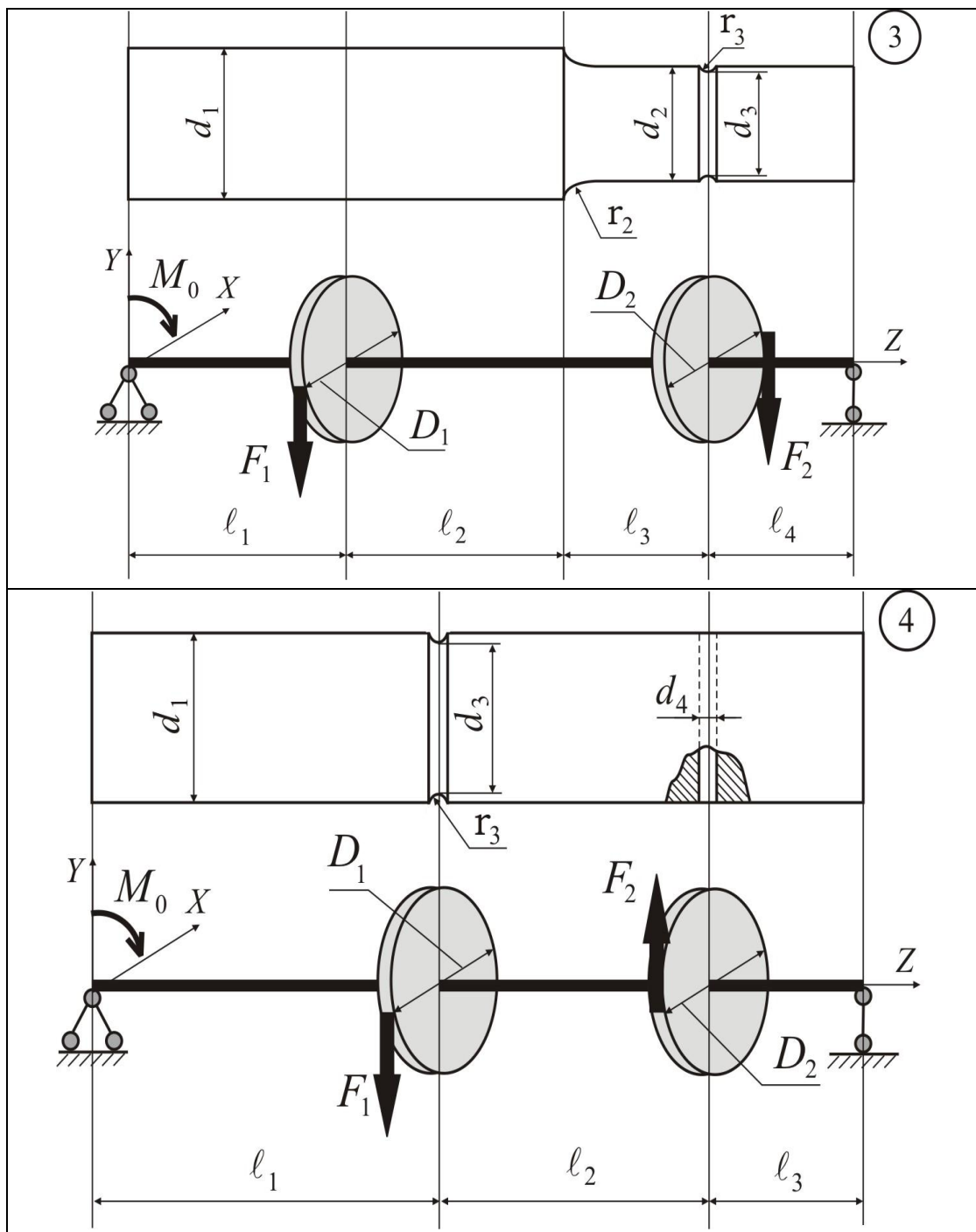
Максимальна розбіжність у порівнянні з теоретичними значеннями не перевищує 3–5%.

Для інших перерізів часткові запаси міцності з втомленості та текучості для нормальних і дотичних напружень визначаються аналогічно.

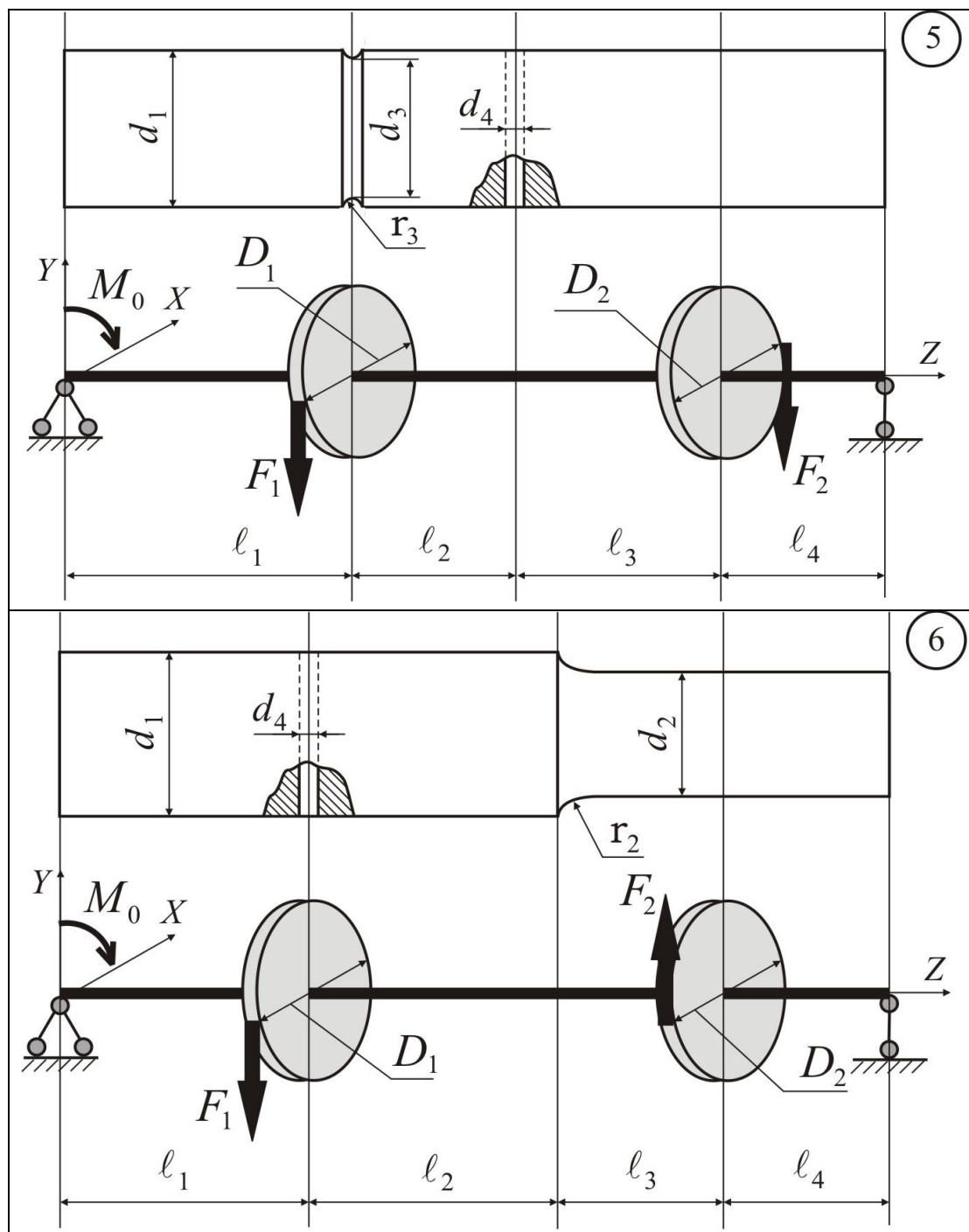
Розрахункові схеми валів

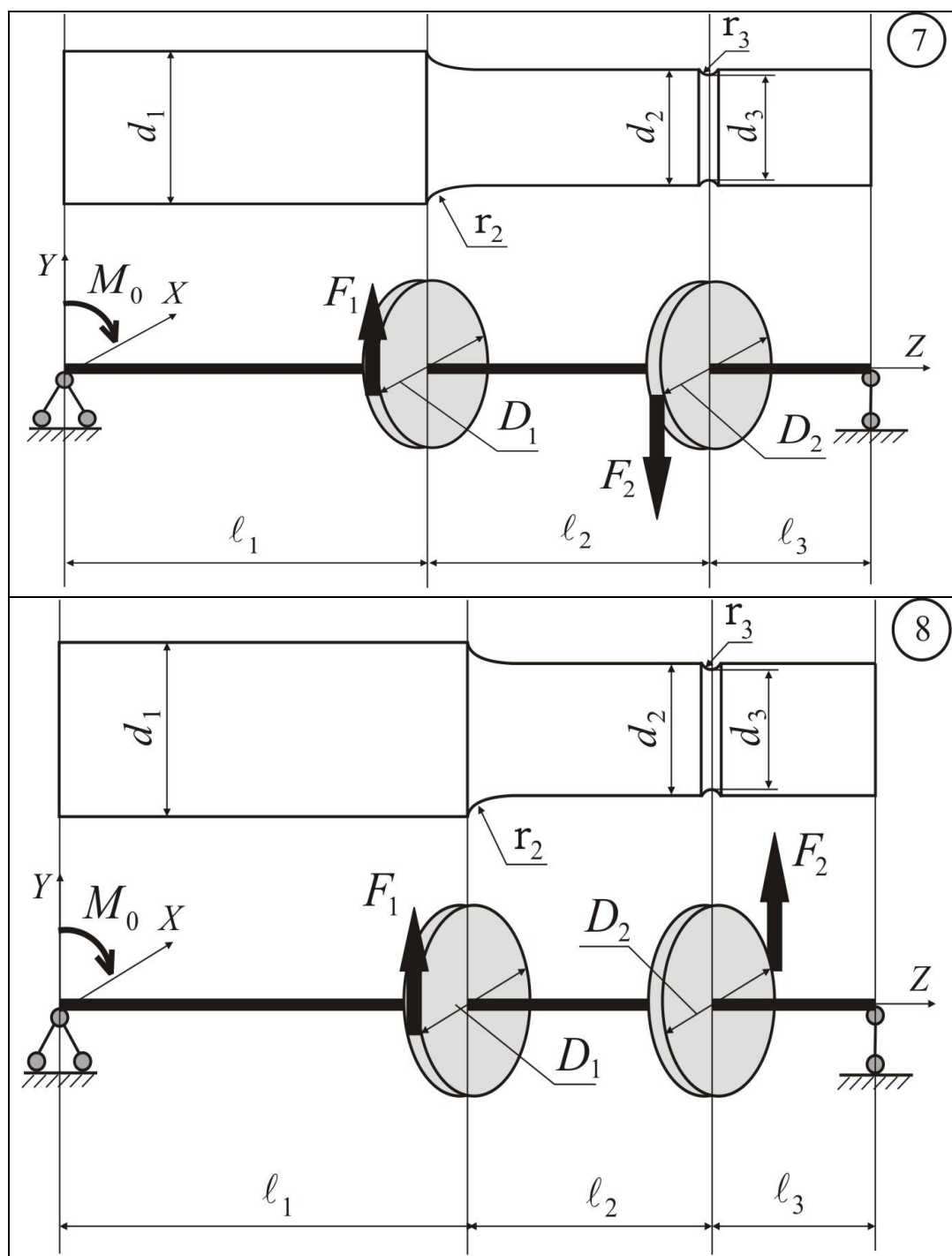
Додаток 1

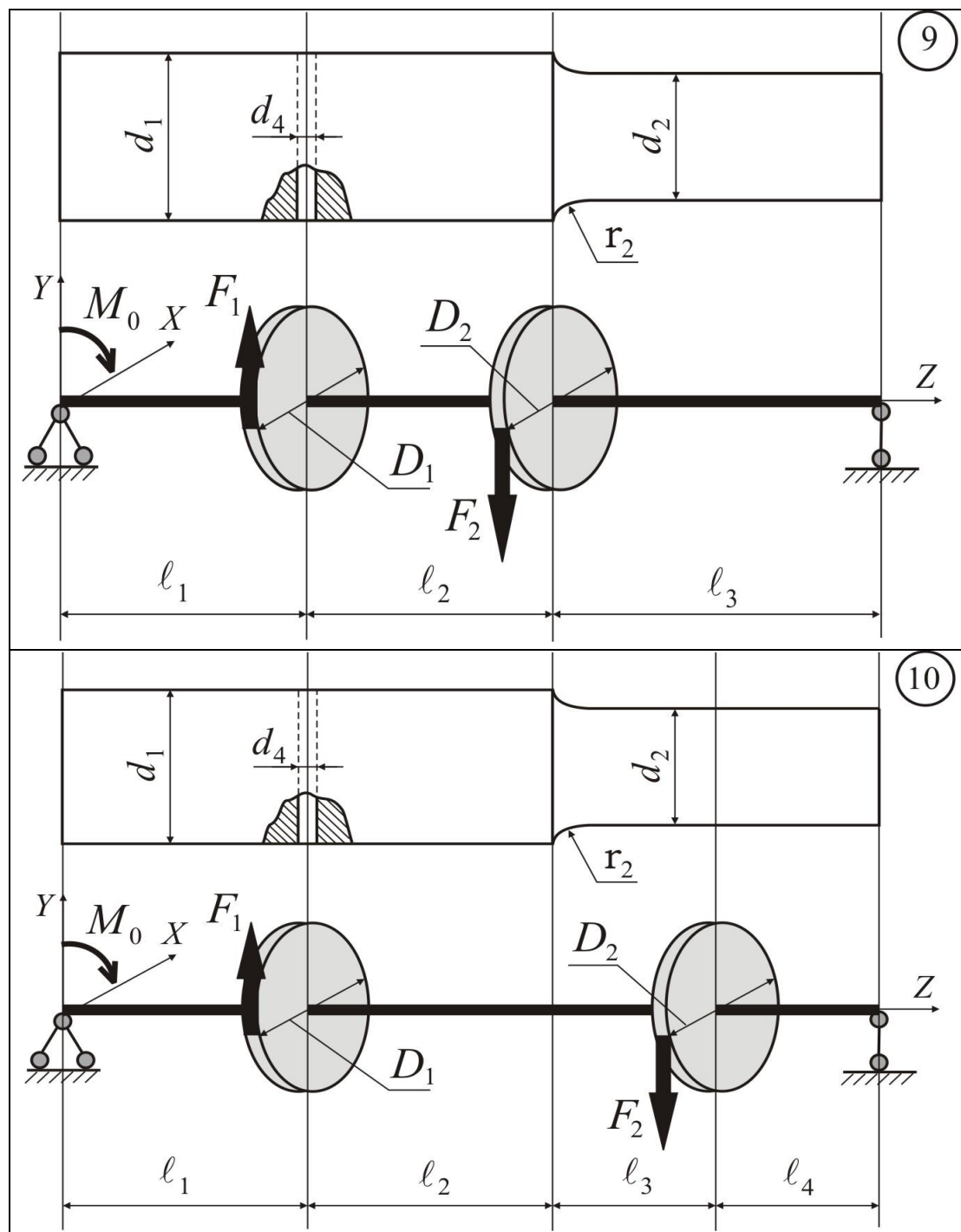


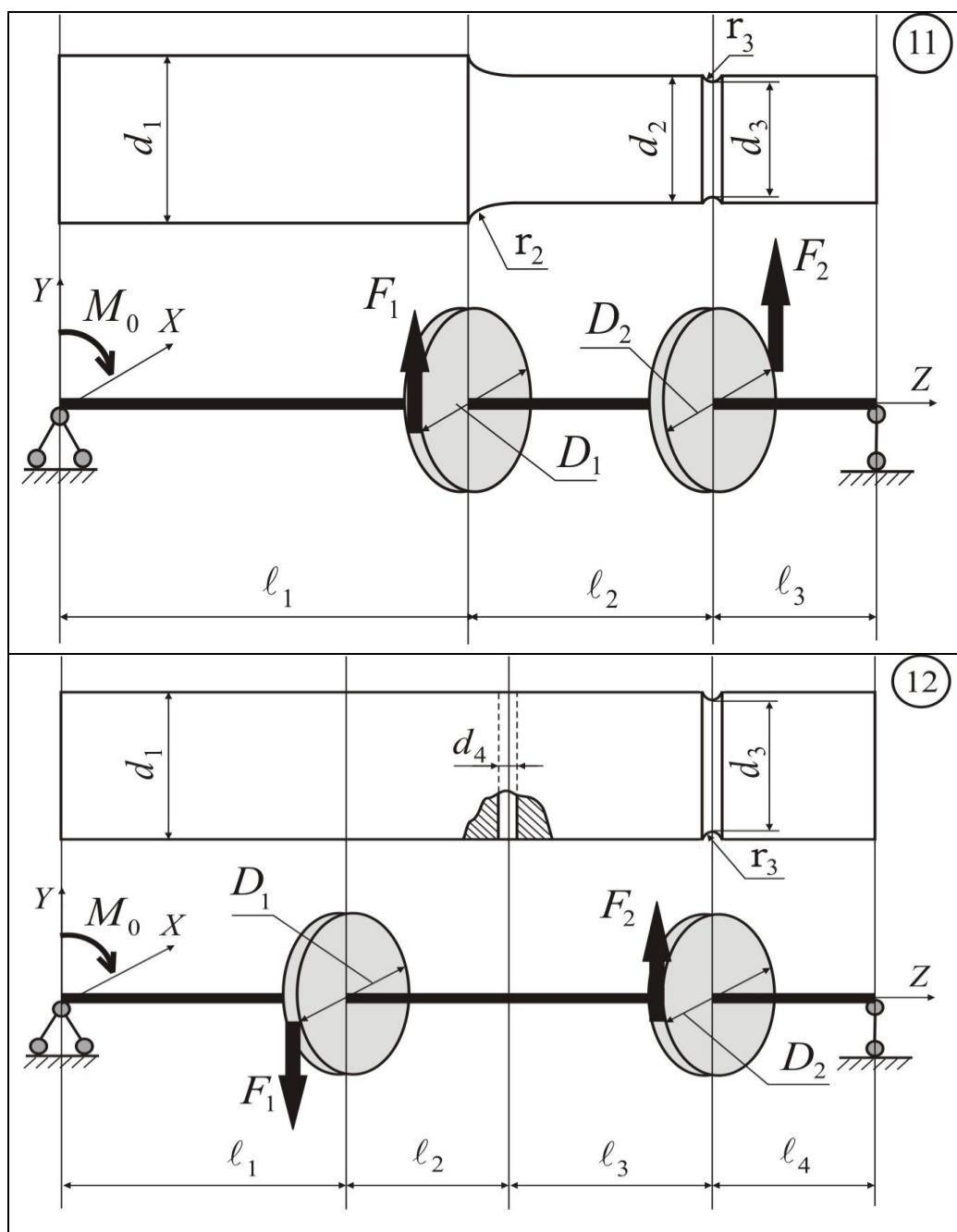


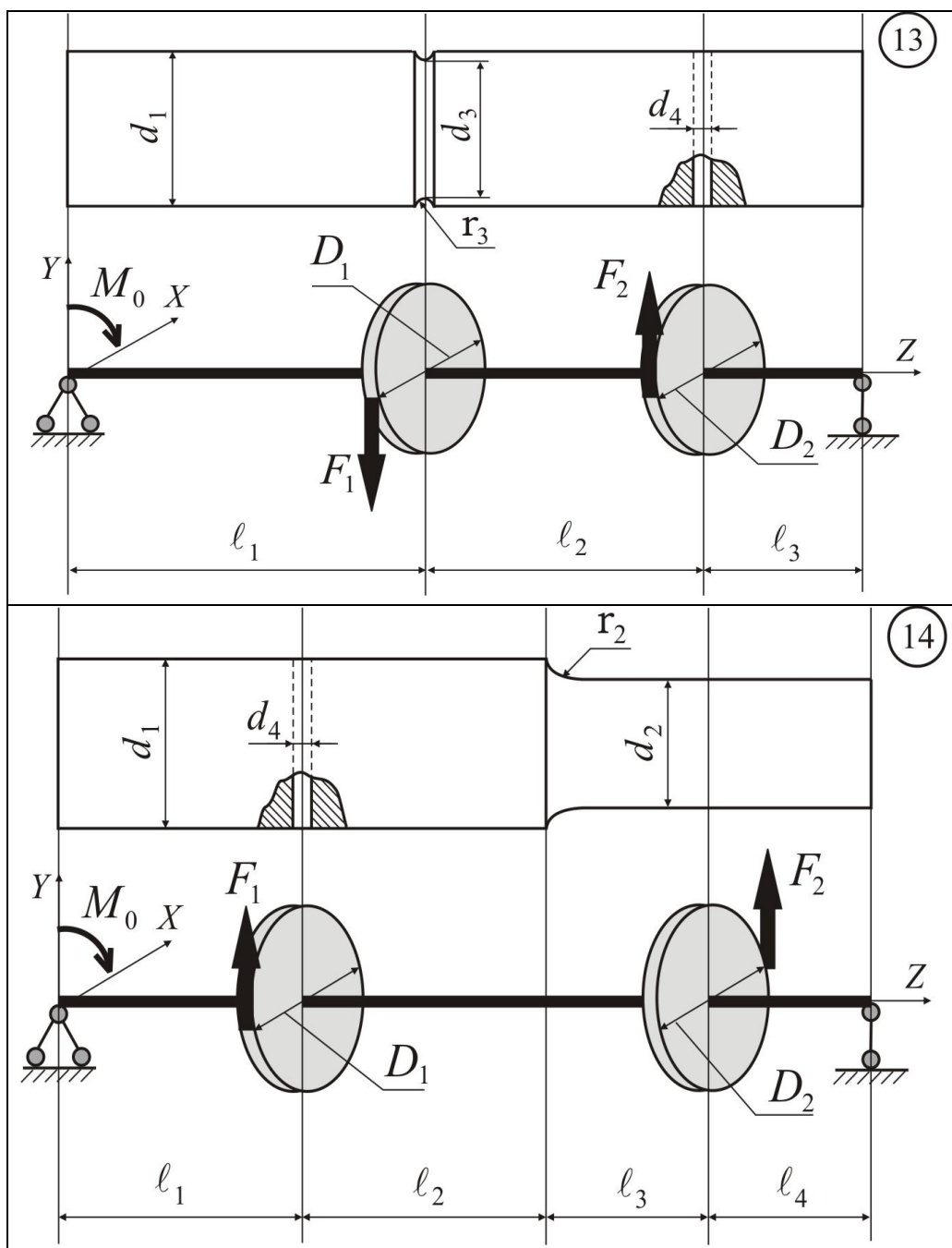
Продовження додатка 1

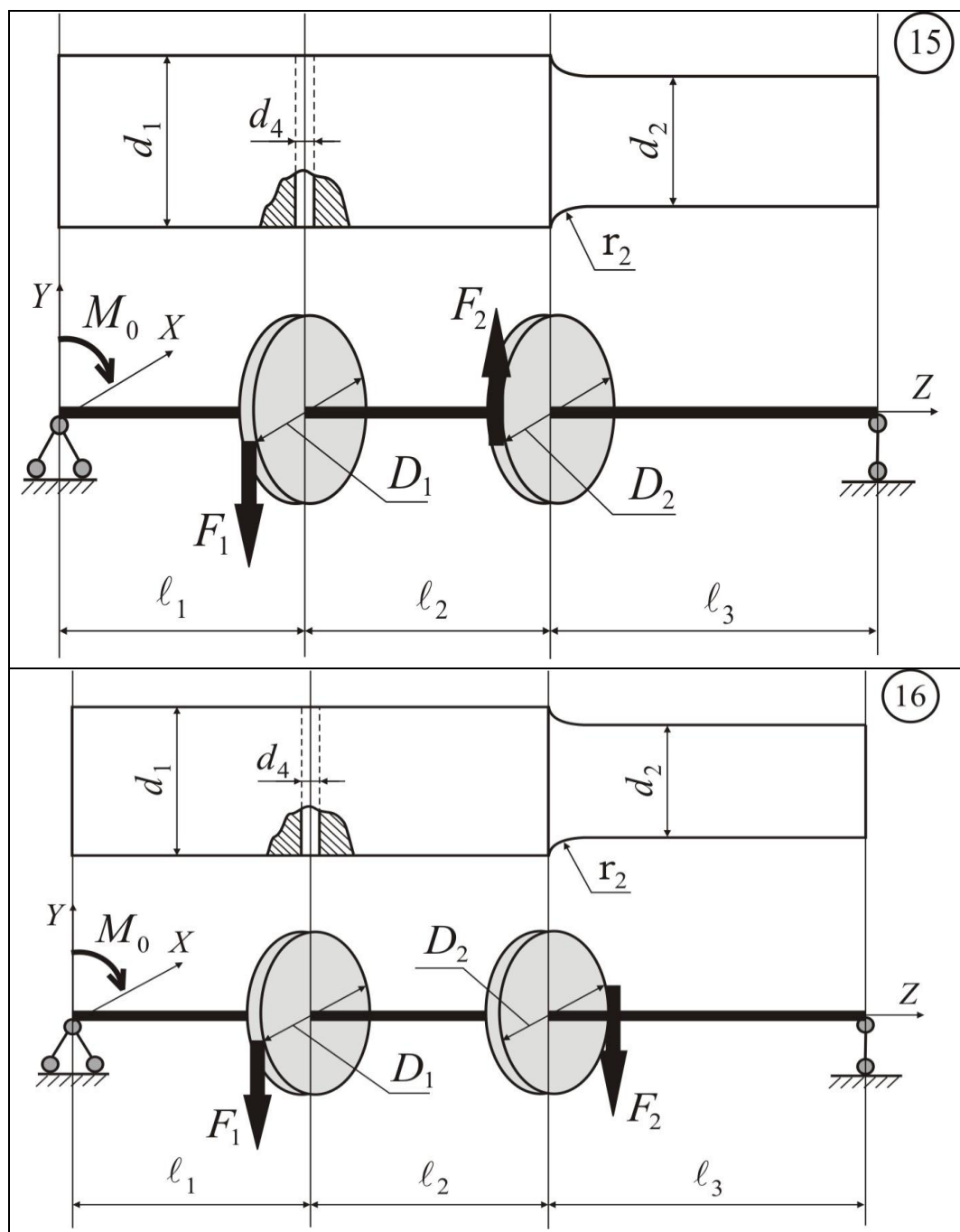


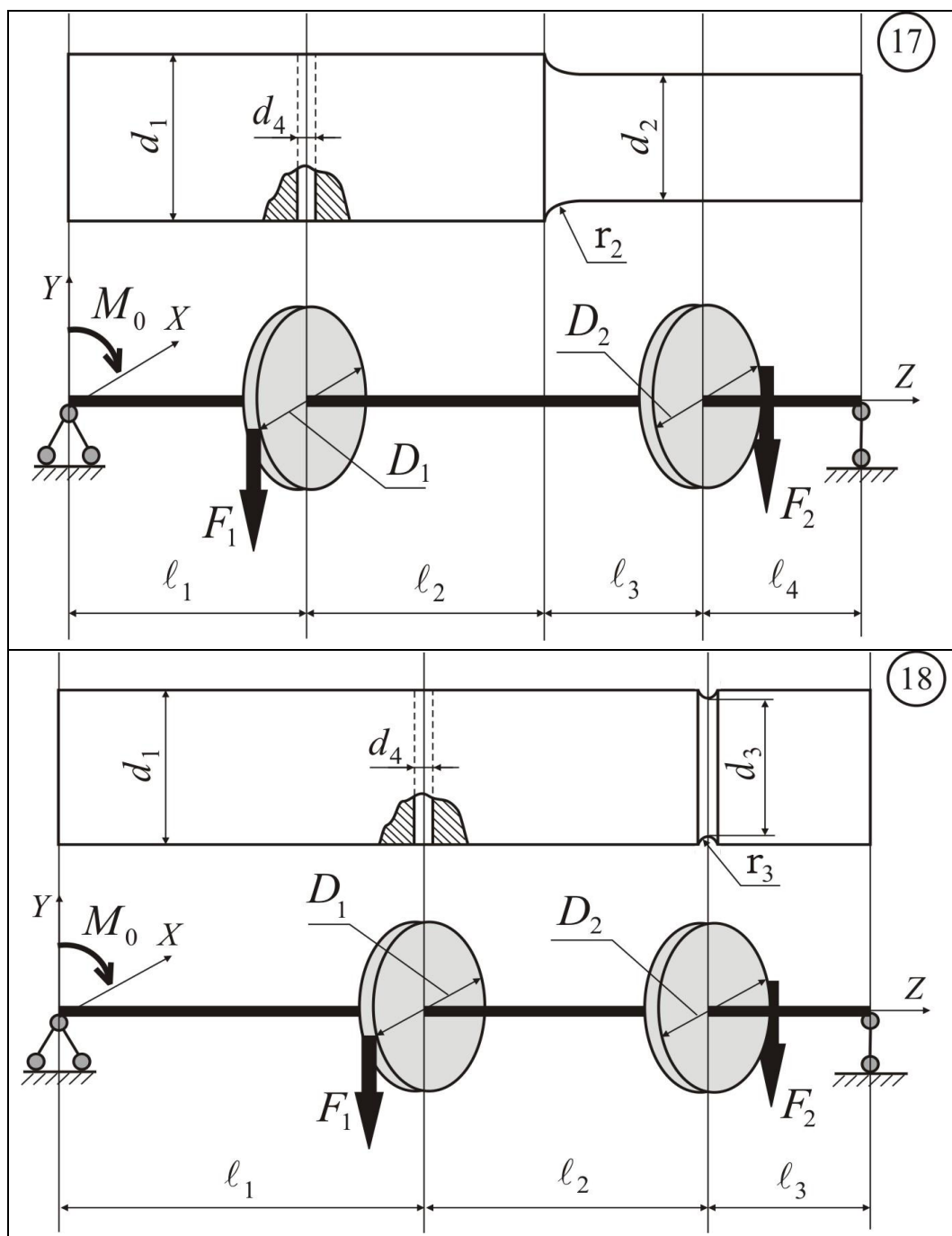


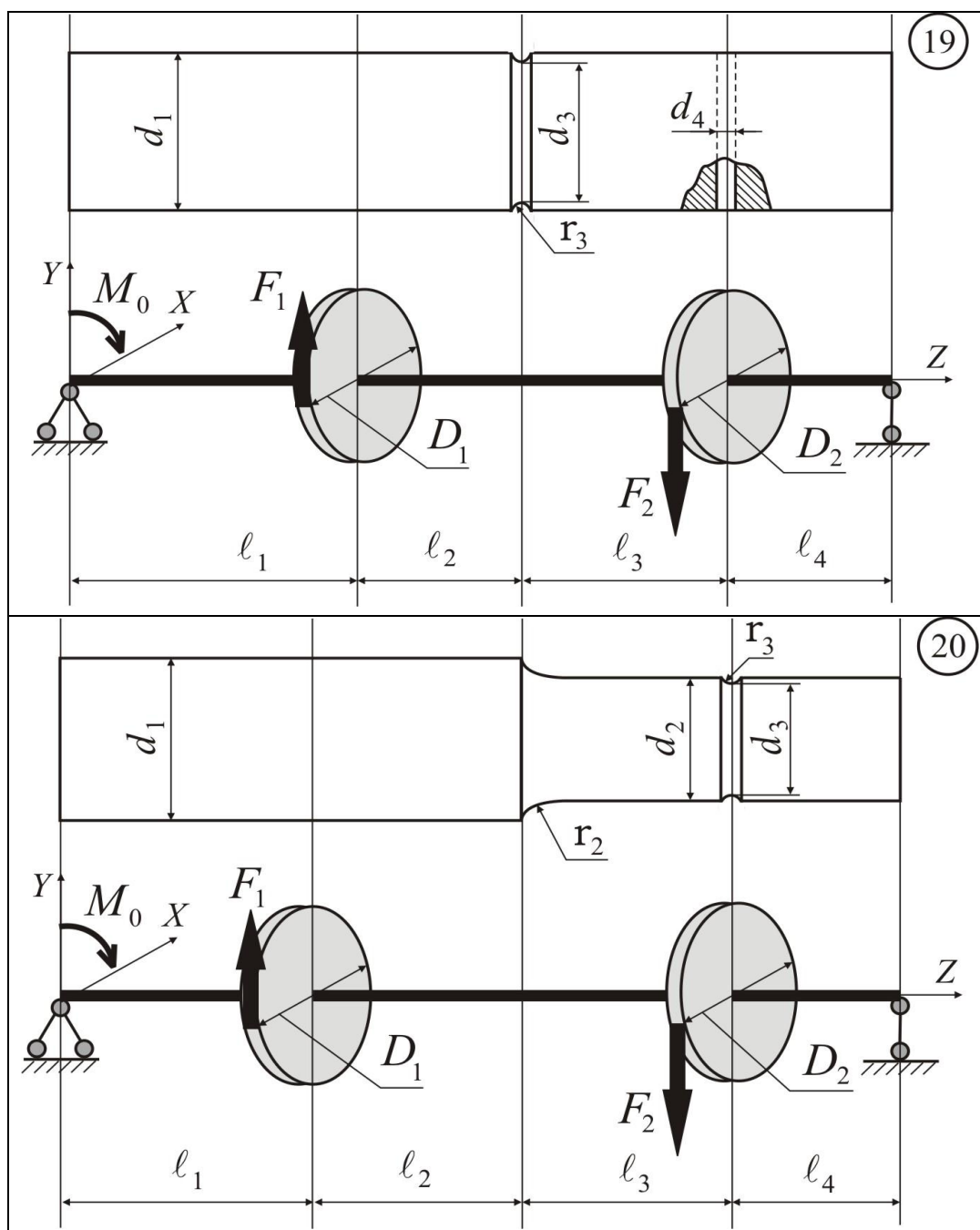


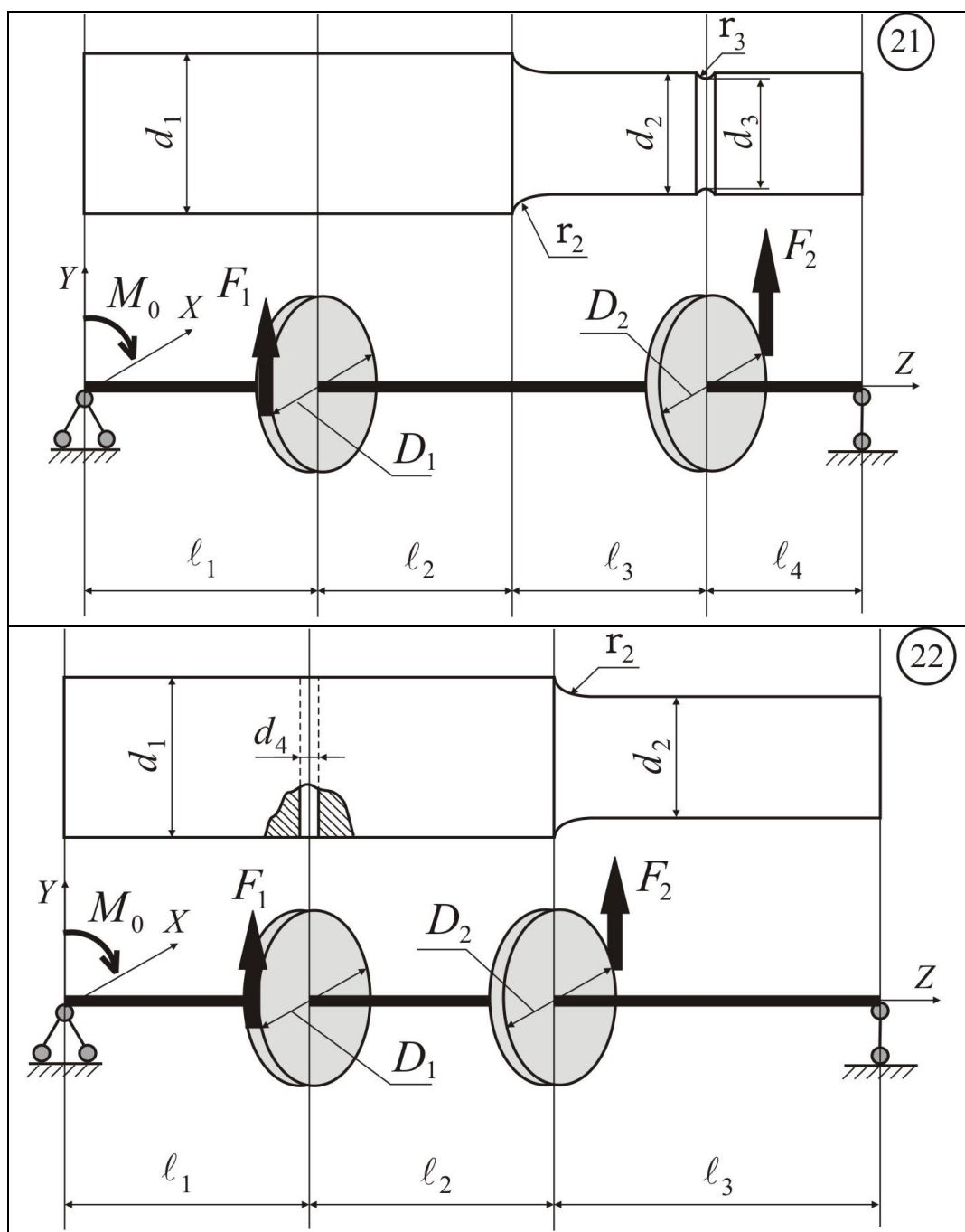




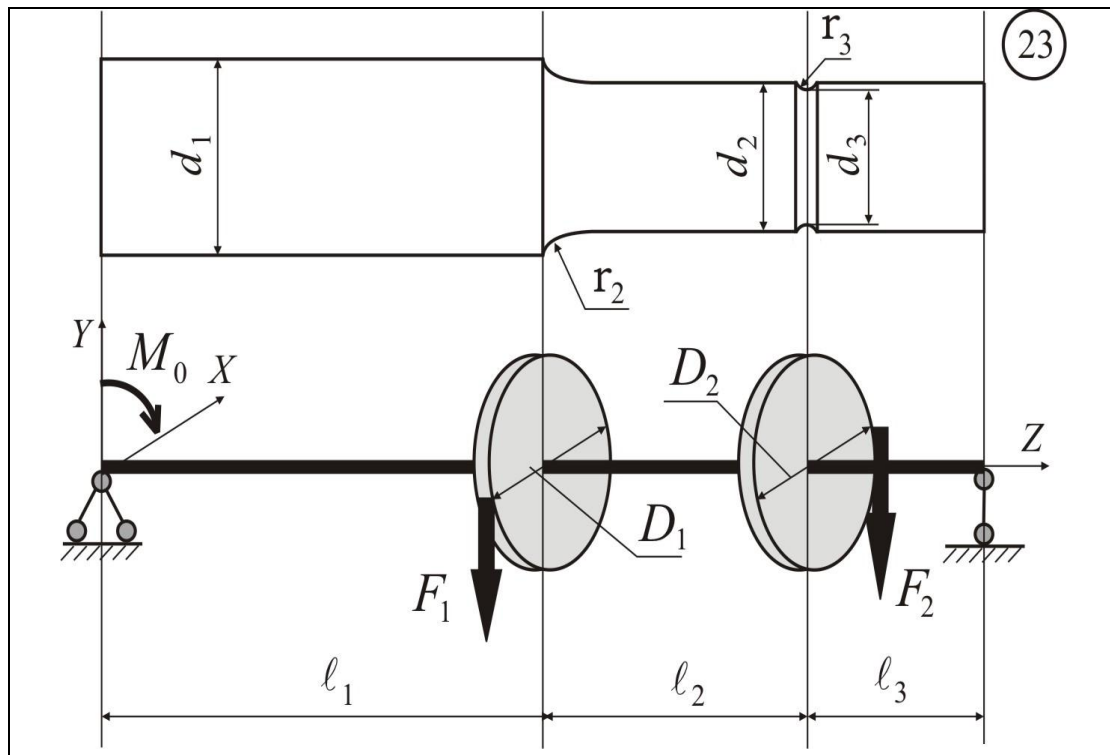


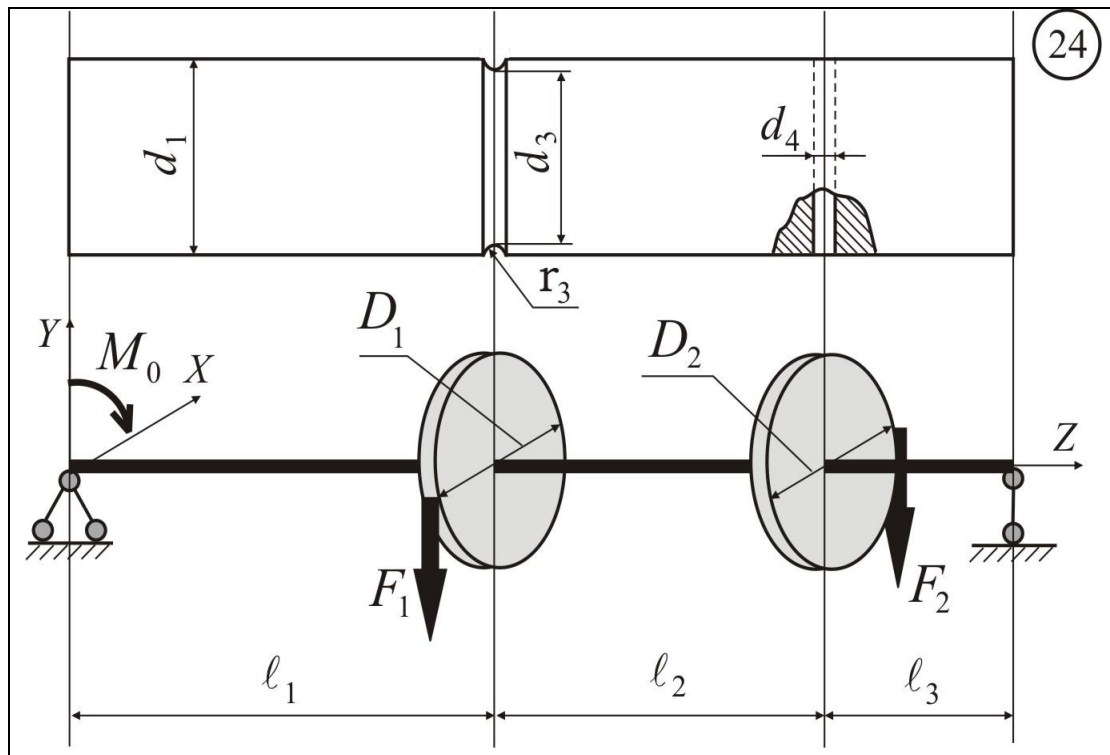






Продовження додатка 1





Закінчення додатка 1

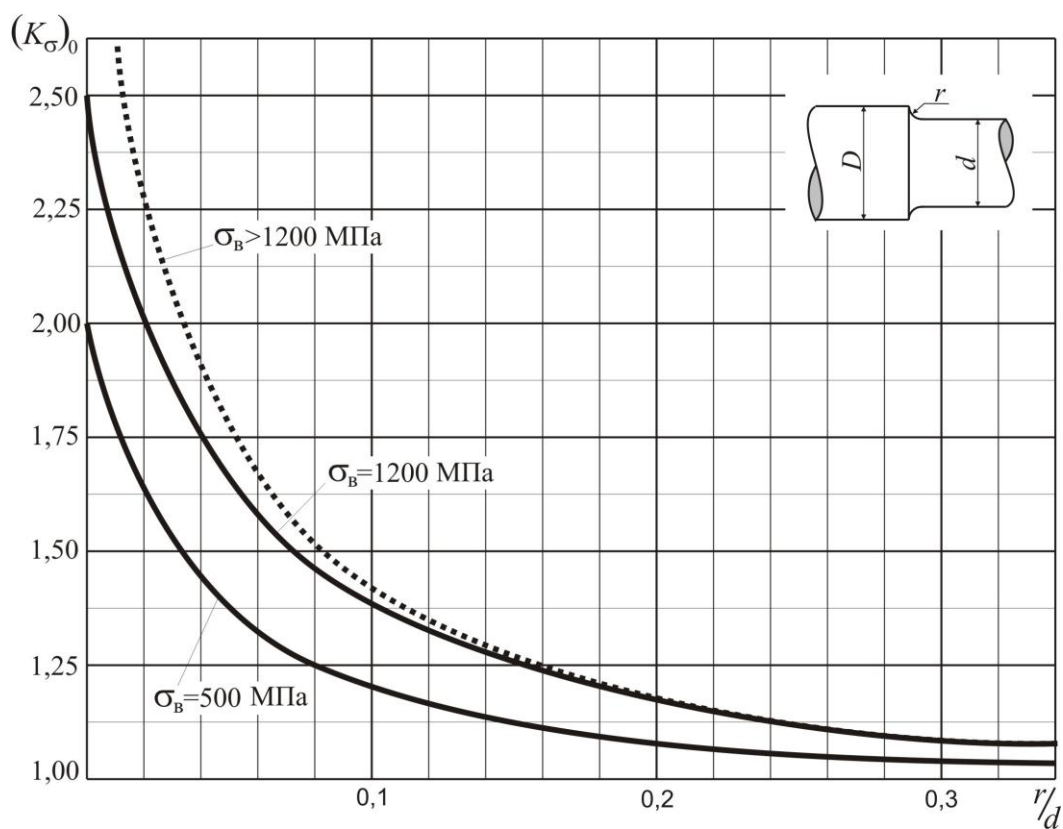
Вхідні дані до задачі

№ вар.	Розмір колес, мм		Розміри вала, мм										Сили, кН			
	D_1	D_2	ℓ_1	ℓ_2	ℓ_3	ℓ_4	d_1	d_2	d_3	d_4	r_2	r_3	F_1		F_2	
													max	min	max	min
1.	200	300	250	300	300	250	50	40	35	5	3	2	3	1	9	2
2.	250	300	350	250	300	300	60	50	45	5	4	3	4	-2	15	1
3.	300	250	300	250	300	250	55	45	40	6	5	3	4	0	10	-1
4.	400	300	300	200	250	250	40	35	30	4	4	2	3	0.5	3	-2
5.	400	300	400	150	300	400	65	55	50	5	4	4	8	-4	16	2
6.	300	400	250	300	250	250	50	40	35	5	3	2	4.5	-2	-6.5	-0.5
7.	400	300	350	200	300	300	60	50	45	5	4	3	7.5	2.5	20	0
8.	400	200	300	150	300	300	55	45	40	6	5	3	3	0	15	-1
9.	300	400	400	300	300	400	40	35	30	4	4	2	2	-2	4	-1
10.	200	300	400	100	300	400	65	55	50	5	4	4	9	1	20	0
11.	300	300	350	250	250	300	60	50	45	5	4	3	22	2	4	1
12.	400	200	400	100	300	350	55	45	40	6	5	3	15	1	5	-1
13.	300	400	300	300	250	200	40	35	30	4	4	2	12	3	7	0
14.	400	300	300	200	350	400	65	55	50	5	4	4	24	-3	6	1
15.	200	300	250	300	300	300	50	40	35	5	3	2	-5	0	-10	3
16.	350	300	300	250	250	250	60	50	45	5	4	3	12	-3	-7	-1
17.	350	250	300	400	250	300	55	45	40	6	5	3	8	0	-6	1
18.	400	300	300	200	250	300	40	35	30	4	4	2	2.5	1	7	0
19.	400	200	400	250	300	350	65	55	50	5	4	4	25	0	3	-3
20.	350	400	400	300	250	300	50	40	35	5	3	2	-6	0	3	-1
21.	400	300	350	200	300	350	60	50	45	5	4	3	6	-2	20	-4
22.	400	250	300	250	300	350	55	45	40	6	5	3	4	-4	2	-16
23.	300	300	400	250	300	350	40	35	30	4	4	2	2.5	-2.5	6	-1
24.	300	200	400	300	300	400	65	55	50	5	4	4	0	-25	9	0

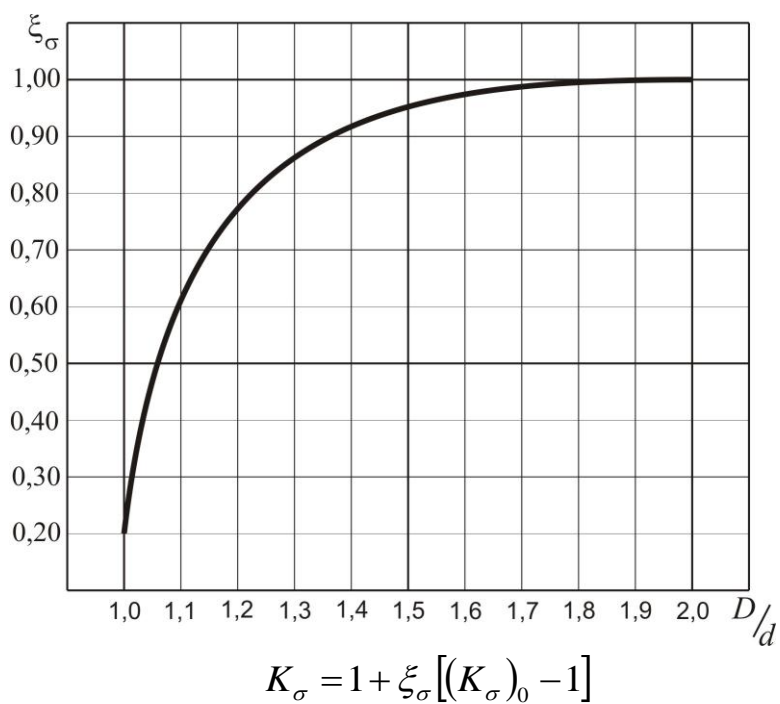
Додаток 2. Таблиця Д 2.1 – Механічні характеристики сталей.

№	Марка сталі	$\sigma_{\text{в}}$ МПа	$\sigma_{\text{т}}$	σ_{-1}	Ψ_{σ}	$\tau_{\text{в}}$ МПа	$\tau_{\text{т}}$	τ_{-1}	Ψ_{τ}
			МПа				МПа		
1	Сталь 10	370	260	170	0	215	140	90	0
2	Сталь 25	450	300	180	0	240	165	100	0
3	Сталь 30	550	370	240	0,05	310	190	130	0
4	Ст.ЭИ 726	560	380	250	0,05	325	195	135	0
5	Сталь 35	580	400	260	0,06	335	210	140	0
6	Ст.1Х13	630	420	265	0,07	370	215	145	0
7	Сталь 40	640	430	270	0,07	360	220	150	0
8	Сталь 45	650	440	275	0,08	380	230	160	0
9	Сталь 50	720	480	300	0,09	390	250	165	0
10	Сталь 60	750	500	320	0,1	415	270	175	0,05
11	Ст. 20Х	780	600	330	0,12	450	320	185	0,06
12	Ст.30Х10Г10	815	650	350	0,13	460	340	190	0,065
13	Ст. 30ХМ	870	700	370	0,14	475	370	200	0,07
14	Ст. 40Х	900	720	400	0,16	525	380	220	0,08
15	Ст. 18ХГТ	1000	800	420	0,18	570	430	240	0,09
16	Ст. ЭИ 612	1000	820	430	0,19	580	450	245	0,095
17	Ст. 40ХН	1000	850	440	0,2	600	460	250	0,1
18	Ст. 12ХНВА	1100	930	500	0,22	650	510	275	0,11
19	Ст. 18ХНВА	1150	980	510	0,23	670	540	280	0,115
20	Ст. 38 ХНВА	1200	1000	530	0,24	690	550	290	0,12
21	Ст. 20 ХНВА	1200	1000	550	0,25	710	580	300	0,125
22	Ст. 18 ХНВА	1250	1050	570	0,26	740	600	310	0,13
23	Ст. 40 ХНМА	1400	1200	600	0,27	790	700	330	0,135
24	Ст. 30 ХГТ	1500	1300	670	0,28	900	760	380	0,14

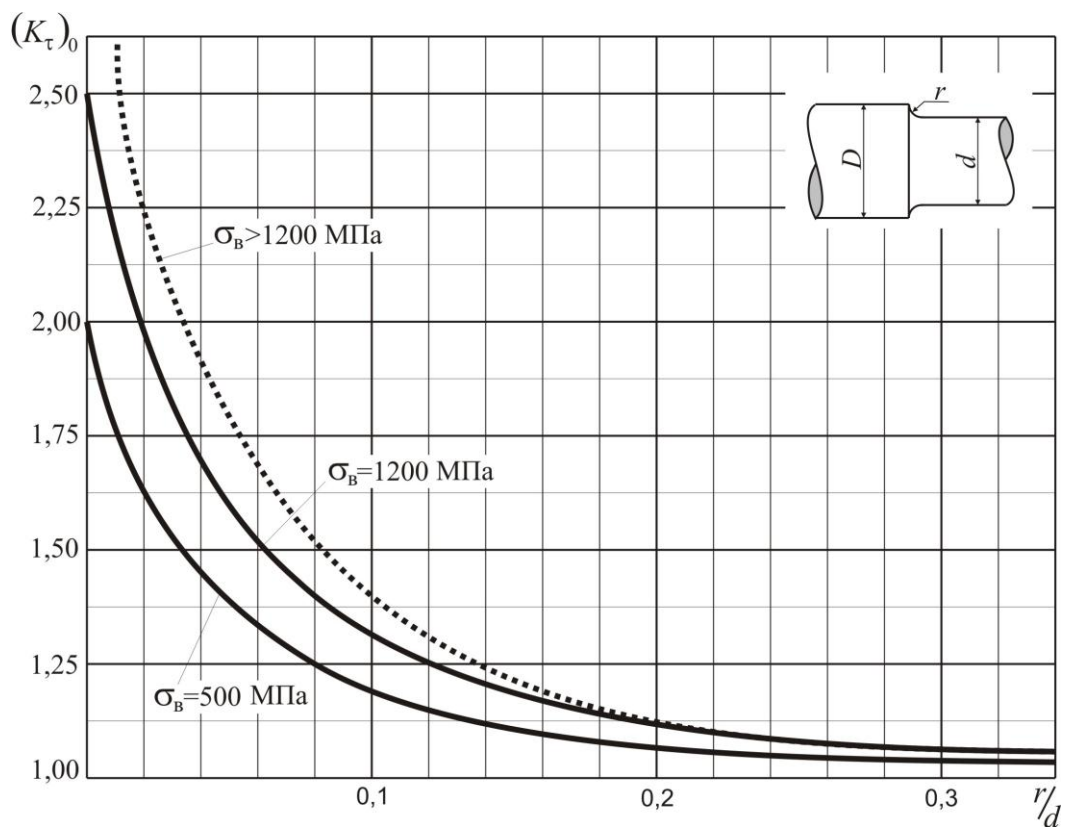
Додаток 3. Таблиця Д 3.1 – Дійсні коефіцієнти концентрації напружень для ступеневого переходу вала (галтель) при згинанні з співвідношенням $D/d = 2$ при $d = 30 \div 50$ мм.



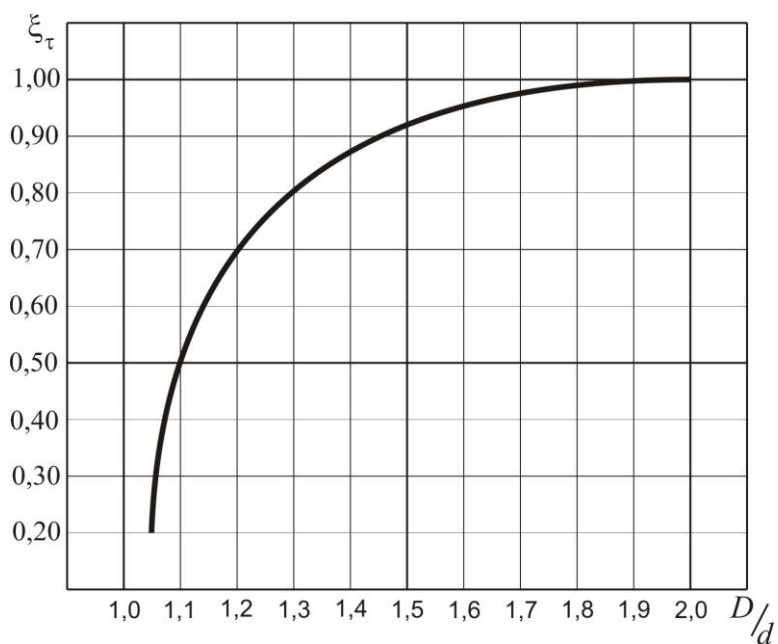
Таблиця Д 3.2 – Поправочний коефіцієнт на співвідношення D/d .



Додаток 4. Таблиця Д 4.1 – Дійсні коефіцієнти концентрації напружень для ступеневого переходу вала (галтель) при крученні з співвідношенням $D/d = 2$ при $d = 30 \div 50$ мм.

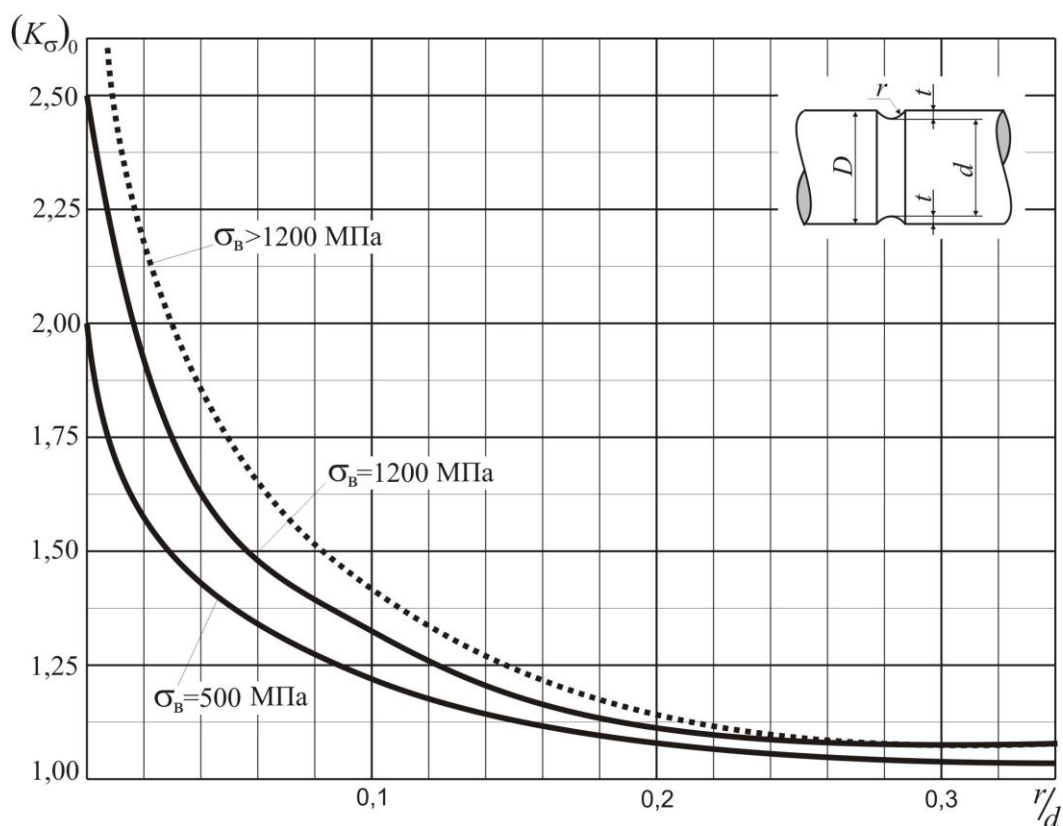


Таблиця Д 4.2 – Поправочний коефіцієнт на співвідношення D/d .

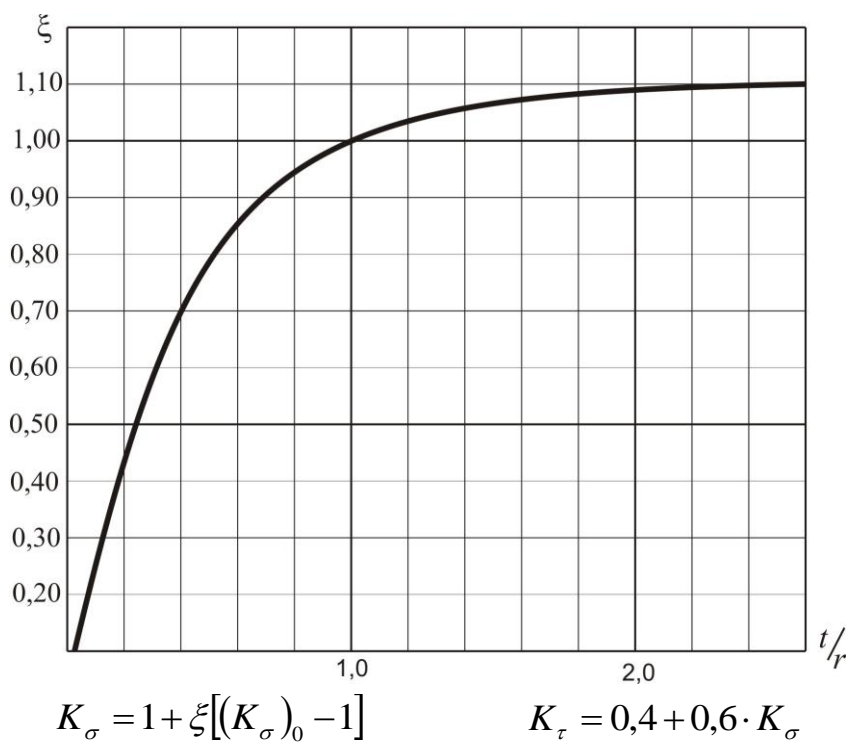


$$K_\tau = 1 + \xi_\tau [(K_\tau)_0 - 1]$$

Додаток 5. Таблиця Д 5.1 – Дійсні коефіцієнти концентрації напружень для валів з кільцевою виточкою при згинанні з співвідношенням $t/r = 1$ при $d = 30 \div 50$ мм.



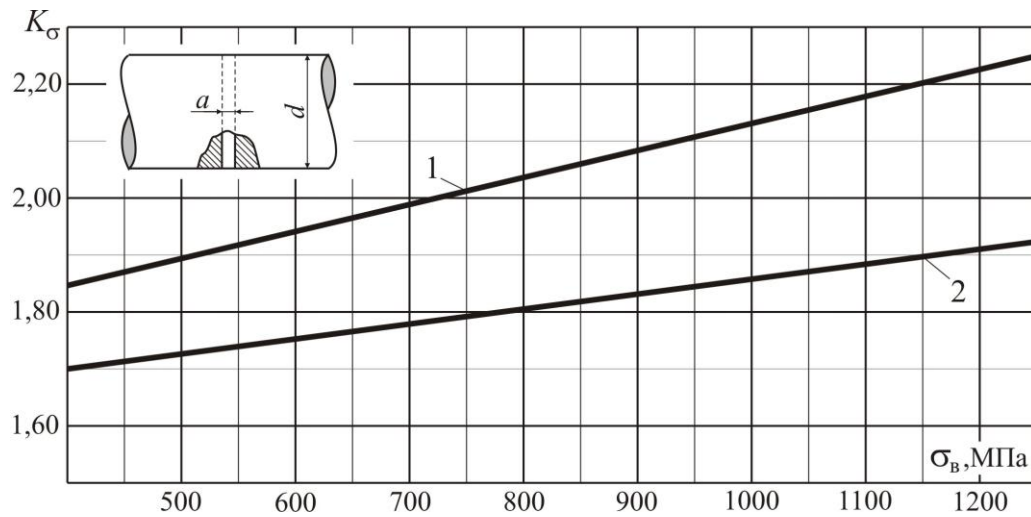
Таблиця Д 5.2 – Поправочний коефіцієнт на співвідношення t/r .



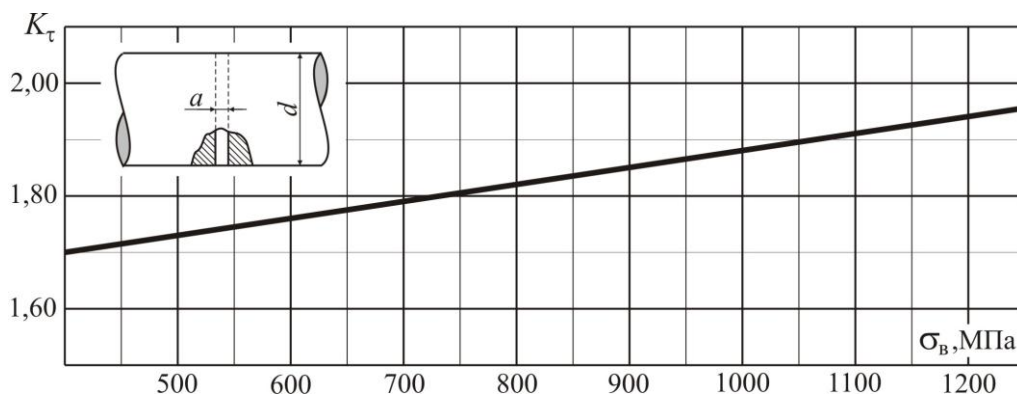
Додаток 6. Таблиця Д 6.1 – Дійсні коефіцієнти концентрації напружень для валів з поперечним отвором при згинанні при $d = 30 \div 50$ мм:

1 – для співвідношення $a/d = 0,05 \div 0,1$;

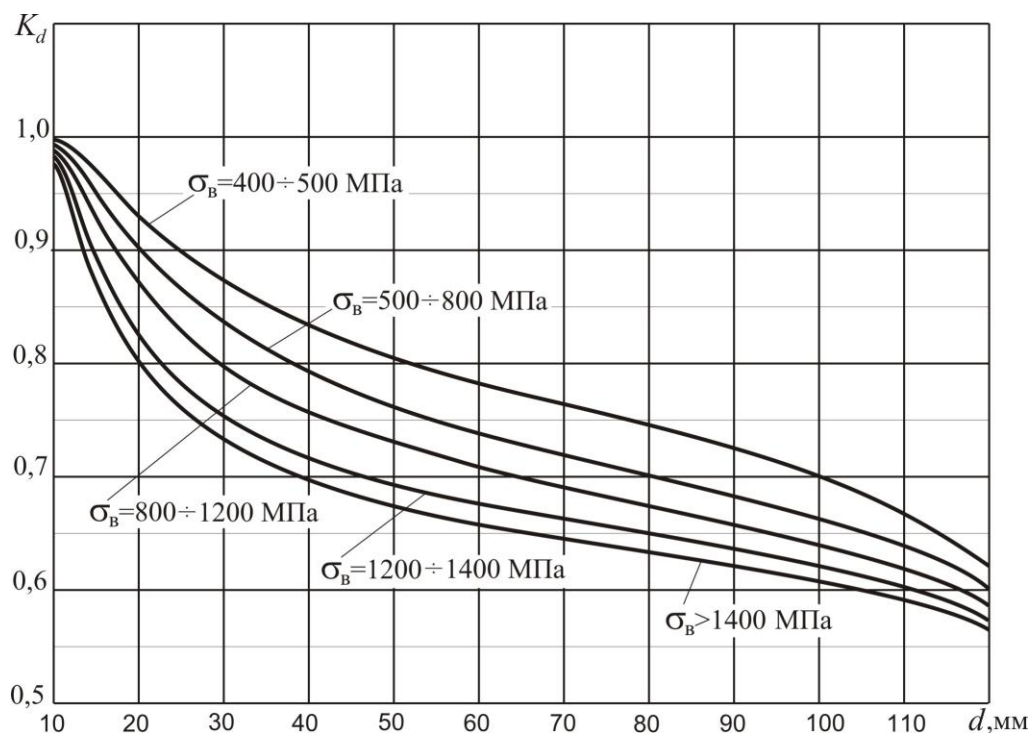
2 – для співвідношення $a/d \geq 0,1 \div 0,25$.



Таблиця Д 6.2 – Дійсні коефіцієнти концентрації напружень для валів з поперечним отвором при крученні при $d = 30 \div 50$ мм для співвідношення $a/d = 0,05 \div 0,25$.



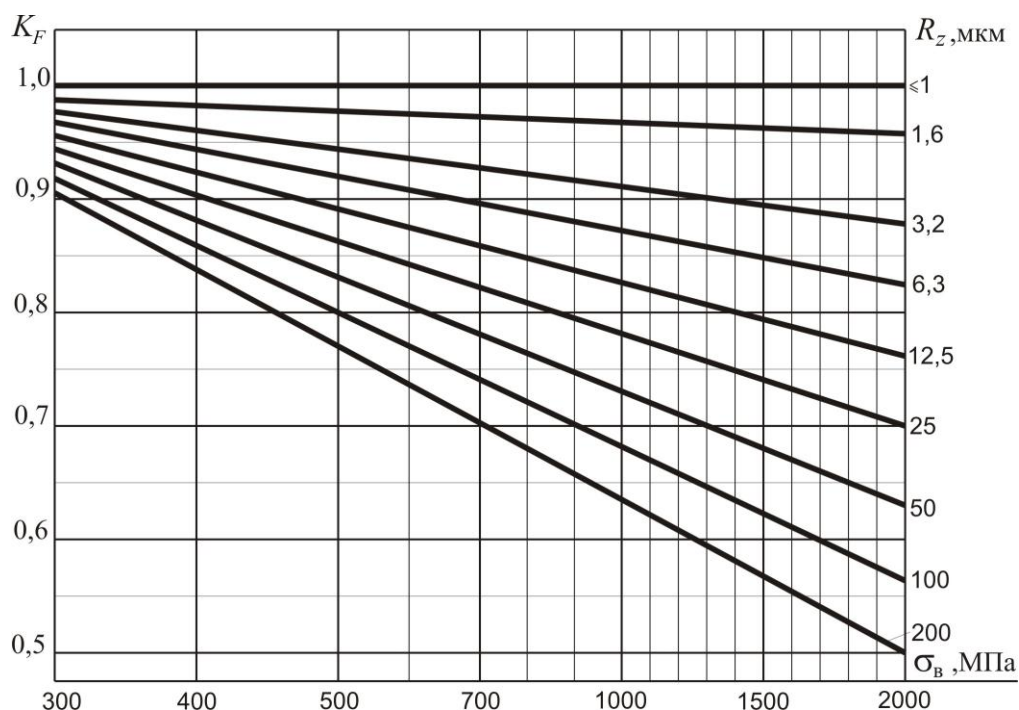
Додаток 7. Таблиця Д 7.1 – Коефіцієнти впливу абсолютних розмірів перерізу на межу витривалості (масштабні коефіцієнти).



Додаток 8. Таблиця Д 8.1 – Відповідність типу механічної обробки і величин шорхості поверхні згідно ГОСТ 2789-73 (R_z – висота нерівностей профілю)

№	Тип обробки	R_z , мкм
1	Обточування:	
	чорнове	62,5 – 250
	напівчистове	16 -62,5
	чистове	4 – 12,5
2	тонке	0,5 – 4,0
	Шліфування:	
	попереднє	5,5 – 13,75
	чистове	1,1 – 6,87
3	тонке	0,275 – 1,375
	Обкатування і вигладжування	0,12 – 0,8
4	Полірування	0,044 – 0,4

Таблиця Д 8.2 – Коефіцієнти впливу якості обробки поверхні на межу витривалості (коефіцієнти шорхості).



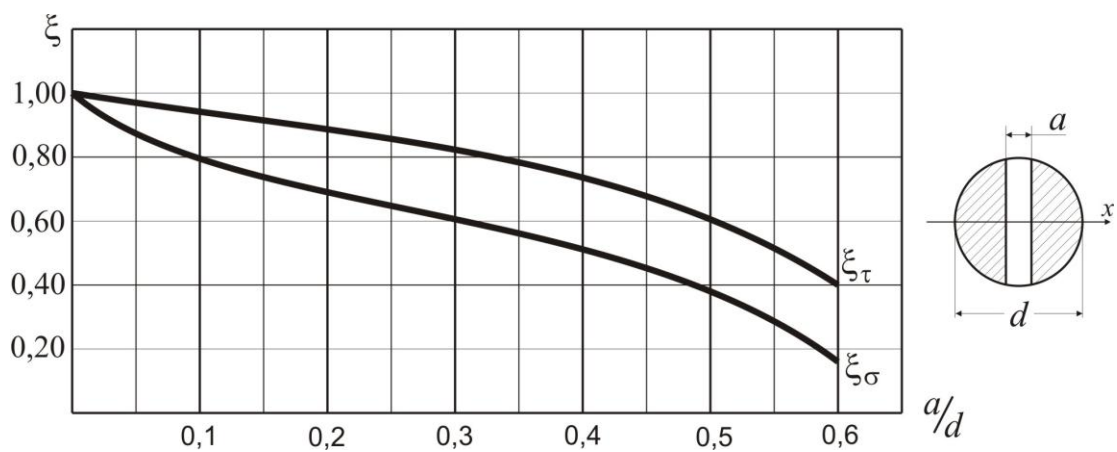
Додаток 9. Таблиця Д 9.1 – Мінімальні значення коефіцієнта K_v при поверхневому зміцненні деталей.

№ п/п	Матеріал, спосіб зміцнення та тип деталі	K_v
1	Вуглецева та легірована сталі, поверхнева закалка струмом високої частоти, переріз без концентратора напружень	1,2
2	Те ж з концентратором напружень	1,5
3	Сталь, азотування, переріз без концентратора напружень	1,1
4	Те ж з концентратором напружень	1,3
5	Сталь, цементация, переріз без концентратора напружень	1,1
6	Те ж з концентратором напружень	1,2
7	Вуглецева та легірована сталі, обкатка роликками, переріз без концентратора напружень	1,1
8	Те ж з концентратором напружень	1,3
9	Вуглецева та легірована сталі, обдувка дрібною (незалежно від присутності концентраторів напружень)	1,1

Додаток 10. Таблиця Д 10.1 – Коефіцієнти ослаблення переріза поперечним отвором.

$$W_x = \xi_\sigma \frac{\pi d^3}{32} \text{ – при згинанні;}$$

$$W_k = \xi_\tau \frac{\pi d^3}{16} \text{ – при крученні.}$$



Список літератури:

1. Расчеты и испытания на прочность. Методы расчета характеристик сопротивления усталости. –М.: ГК СССР по стандартам, 1982. – 81с.
2. Трощенко В.Т. Сопротивление усталости металлов и сплавов; Справочник, часть 1. –К.: Наук. думка, 1987. – 503с.
3. Писаренко Г.С. Опір матеріалів : Підручник / Г.С. Писаренко, О.Л. Квітка, Є.С. Уманський; За ред.. Г.С. Писаренка. – 2-ге вид., допов. і переробл. –К.: Вища шк., 2004. – 655с.: іл..
4. Д.Н Гаркунов Триботехника – Машиностроение, 1985. – 424с., ил.
5. Методичні вказівки до виконання розрахунково-проектувального завдання «Розрахунки на опір втомленості» з курсу «Опір матеріалів» для студентів машинобудівних спеціальностей. /Упоряд. П.П. Панченко, В.І. Лавінський, С.С. Зубатий, Е.А. Сімсон – Харків: ХДПУ, 1999.
6. Сопротивление материалов деформированию и разрушению: Справочное пособие. Часть 1/ под ред. В.Т. Трощенко : – К.: Наук. думка, 1993. – 286с.
7. Сопротивление материалов деформированию и разрушению. Справочное пособие. Часть 2/ под ред. В.Т. Трощенко : – К.: Наук. думка, 1994. – 700с.

Навчальне видання

КИРКАЧ Борис Миколайович
КОНОХОВ Володимир Іванович
ПОГОРІЛОВ Сергій Юрійович
ХАВІН Валерій Львович
ШЕРГІН Сергій Юрійович
АВТОНОМОВА Людмила Володимирівна

РОЗРАХУНКИ НА ОПІР ВТОМЛЕНOSTІ

Навчально-методичний посібник з розділу курсу “Опір матеріалів”
для студентів машинобудівних спеціальностей

Відповідальний за випуск В.Л. Хавін
Роботу до видання рекомендував С.К. Шелковий

В авторській редакції

План 2011 р., поз. 6/17-12

Підп. до друку _____. Формат 60*84 1/16. Папір офісний.
Riso-друк. Гарнітура Таймс. Ум.друк. арк. 6,5. Наклад 100.
Зам. № _____. Ціна договірна.

Видавничий центр НТУ “ХПІ”, 61002, Харків, вул. Фрунзе, 21

Свідоцтво про державну реєстрацію ДК № 3657 від 24.12.2009 р.

Друкарня НТУ “ХПІ”, 61002, Харків, вул. Фрунзе, 21